

結合模糊理論及馬可夫鏈評估顧客價值

葉進儀
嘉義大學資訊管理學系

吳泰熙
台北大學企業管理學系

李凱平
嘉義大學資訊管理學系

摘要

隨著資訊技術的發展，企業與顧客之間的活動關係也日趨複雜，企業行銷資源的配置與行銷顧客的抉擇，在激烈的競爭商場中也愈形重要，如何將有限資源妥善分配，減少行銷預算浪費，應用顧客價值分析乃成為重要的課題之一。本研究結合模糊理論(fuzzy theory)、馬可夫鏈(Markov chain)、和RFM(recency, frequency, monetary; RFM)模式，配合折現模式來計算顧客終身價值(customer lifetime values)，其中模糊理論及RFM模型定義顧客之購買狀態，馬可夫鏈則推算顧客在每期購買狀態改變的機率，然後推估出顧客在每期交易的轉換機率，再結合產品的收益與成本資料，算出顧客在各期對公司的利潤貢獻，最後將各期的利潤貢獻折現加總，計算出各種購買狀況下的顧客價值，利用此顧客價值就可指出哪些是對企業有利的顧客。模型的評估乃利用某醫療藥品器材商之實際銷售資料，與其他學者提出之顧客價值模型比較，結果發現本研究所提之模型評估結果優於其他模型。

關鍵字：顧客終身價值、模糊理論、馬可夫鏈、RFM模型



Modeling Customer Value Using Fuzzy Theory and Markov Chain

Jinn-Yi Yeh

Department of Information Management, National Chiayi University

Tai-Hsi Wu

Department of Business Administration, National Taipei University

Kai-Ping Li

Department of Information Management, National Chiayi University

Abstract

Because of progressive development of information technology, the relationship between enterprises and customers becomes more complicated. Therefore, it is an important issue for resource allocation among customers. To allocate resources efficiently and reduce costs for marketing budget, customer value analysis turns to be an important tool. In this paper, fuzzy theory, Markov chain and RFM model are integrated to evaluate customer lifetime values. This approach calculates the profit contribution of customers in every purchasing situation. Firstly, customer purchasing state is updated contiguously by fuzzy theory and RFM model with transition matrix which represents the probabilities among purchasing states. Then the profit contribution of each period is computed by using revenue and cost data. Finally, the profit contribution of each customer is accumulated through some discounting consideration. This will construct the final customer lifetime values. The proposed method has been evaluated by using sales records from a well known medical company in central Taiwan. The proposed model outperforms other methods and obtains a good accurate rate for estimating of customer lifetime values.

Key words : Customer Lifetime Values, Fuzzy Theory, Markov Chain, RFM Model.



壹、緒論

行銷觀念的演進，改變了影響企業競爭力的關鍵因素，也更凸顯企業導入顧客關係管理系統之必要性。行銷觀念的演進歷經三個階段，從產品導向的『大眾行銷』(mass market)，歷經以市場導向的『區隔市場』(segments market)，然後到了顧客導向的『單一顧客化』(single customer)，也就是所謂的『一對一行銷』(one-to-one marketing) (Wedel and Kamakura, 1997; Shin and Sohn, 2004)。一對一行銷的目標就是希望能對同一位客戶持續性地銷售產品或提供服務，進而從該客戶身上來獲取最大的利潤，傳統的行銷重心放在如何爭取大量的新顧客來購買產品，而一對一行銷則是將重心放在單一顧客的終生價值(customer lifetime values)，並針對顧客的需求，設計商品或服務以迎合不同顧客群，建立促銷方法與行銷通路的運用，使商品或服務得以更迅速地傳遞給消費者，讓消費者感到滿足和滿意(閔庭祥，2001)。另外如何編列行銷預算於顧客的取得是另一個重要的管理議題，而顧客終生價值可以幫助管理者提供預算的分配，例如媒體(郵件、電話、或電視)、傳播手段(甲或乙)、方案(特價或贈品)等，以開發新客源同時又留住既有的顧客(Pfeifer and Carraway, 2000)，所以建構一套衡量顧客終身價值的模型來判斷或預測顧客的價值就成為一個重要的課題。

關於顧客價值的定義，不同學者有不同的看法：Dwyer (1997)定義顧客終身價值為顧客所預期之利潤，減去與顧客相關成本的現值；Hughes (1994)提到顧客終身價值是指顧客在未來一段時間之內，企業或廠商可以從個別顧客獲得利潤的淨現值；Gupta and Lehmann (2003)定義為顧客在未來所產生的利潤的淨現值；Hwang et al. (2004)說明為從顧客一生之中的交易所獲取的收入減去所有的廣告、銷售、服務等成本，並且考慮到淨現值。另外，與顧客價值具有相同概念的名詞有很多，如終身價值(lifetime value)、顧客評價(customer valuation)、顧客終身評價(customer lifetime valuation)、顧客獲利率(customer profitability)、顧客權益(customer equity)等(Wang and Hong, 2006)，然而這些名詞的概念不外乎在一段連續的時間上，企業對於單一顧客的銷貨收入，減掉產品成本與變動行銷成本的累積折現值(Jain and Singh, 2002)。

顧客價值主要是用來找出對企業來說價值最高的顧客群，利用市場區隔來區分出不同的顧客群，以方便管理者做行銷資源分配及策略決策，Kotler et al. (1999)認為市場區隔將會產生三項可以幫助銷售人員的效用：(1)使銷售人員容易發覺和比較行銷的機會；(2)使銷售人員能夠更適切的調整產品與行銷策略；(3)使銷售人員更能深刻瞭解特定市場的反應，以擬定行銷策略與預算方案。目前實務界廣泛使用的RFM分析模型，由於其屬性『最近購買日期(recency)』、『購買頻率(frequency)』及『購買金額(monetary)』為所有交易之共有特徵，因此受到許多學者的研究及企業的採用，部分的學者應用馬可夫鏈模型(Markov chain model)來計算顧客的購買狀態移轉情形，再配合RFM模型來分析或預測顧客的購物行為及計算顧客價值，因為馬可夫鏈模型適合於建構顧客關係與計算顧客終生價值，它主要的優點是具有彈性，可以處理顧客於不同購買狀態的移轉，同時也可以

應用於預測上；又因為它是一個機率模型，可以用來說明圍繞在顧客關係之不確定性與企業及個別顧客之未來關係，所以馬可夫鏈模型適合於發展一對一行銷；它另外一個優點是有很好已發展理論的支持，可以應用於決策支援上。相關研究如Pfeifer and Carraway (2000)利用馬可夫鏈推估顧客購買行為，配合折現模式來計算顧客在各種購買狀況下的價值貢獻；郭瑞祥等人(2004)應用隨機模型來計算顧客的購買狀態移轉機率。

由以上敘述得知顧客終生價值的計算，有助於分類不同重要程度的顧客，以有效分配行銷資源於顧客關係管理及達到一對一行銷之目的，但是利用RFM三個屬性來分隔顧客，以Hughes (1994)提出的方式來說，將顧客的RFM三個構面分別切割成為五等分就會有125種購買情形，以馬可夫移轉矩陣及利潤矩陣要以 125×125 矩陣來表示，機率矩陣相當龐大，計算起來比較困難；如果切割的等分太小，成效又不是很好，而且在分割方式採用硬聚類(hard-cluster)會造成鮮明邊界(sharp boundary)的問題。但如果將模糊理論(fuzzy theory)的概念加入到RFM模型中，在顧客分群或分析的時候，不是指某個顧客一定屬於或一定不屬於某一個顧客群，如此即使只將RFM各維度分為較少的層次，仍可以有效反映出顧客在各屬性的特徵，而且機率矩陣也隨著變小了，因此本研究之研究目的可歸納成下列三點：

1. 建構模型計算顧客價值，將個別顧客與企業之關係量化。
2. 說明模糊理論、RFM模型、馬可夫鏈模型、與顧客價值模型之關係。
3. 藉由顧客價值區隔現有顧客，幫助企業制定策略，據此從事行銷資源配置。

以下第二章節為文獻探討，說明了資料探勘、模糊理論、顧客價值模型、RFM模型、馬可夫鏈模型；第三章節為研究方法，介紹如何定義購買狀態、RFM歸屬函數設定、具模糊狀態之機率移轉矩陣及利潤矩陣之計算方式、及顧客價值計算方式；第四章節為實驗結果分析，利用某家醫療藥品器材商之實際銷售資料，探討本研究模型之應用，並與其他的顧客價值模型及衡量方法作比較；第五章節為結論。

貳、文獻探討

一、顧客價值模型

在顧客價值的理論基礎下，發展出許多的顧客價值模型。Berger and Nasr (1998)針對工業購買者區分為：(1)永久性流失型(lost-for-good)；(2)搖擺不定型(always-a-share)，對此二類型的顧客提出了五種模型來計算顧客終身價值。永久性流失型是指顧客若不是完全跟某賣方購買，不然就是完全向另一賣方購買；搖擺不定型顧客會輕易換賣方，因為轉換成本比較低；Dwyer (1997)指出永久性流失型的顧客會與賣主訂定長期合約，因為轉換成本相當高以及業務很難輕易調動(例如電腦和電訊等系統)；搖擺不定型的顧客可能是依靠數家賣者，並且很容易可以調整購買量(例如購買辦公室用具)。

Hwang et al. (2004)認為低的顧客忠誠度會導致低的顧客價值，所以提出了以『現今價值(current value)』、『潛在價值(potential value)』、『顧客忠誠度(customer loyalty)』

來衡量顧客價值的模型；Lee and Park (2005)結合了資料包絡分析(data envelopment analysis; DEA)、自我組織圖(self-organizing map; SOM)、決策樹，以顧客的性別、人活形態、年齡等變數來區隔高價值及低價值顧客。

二、RFM(Recency、Frequency、Monetary)模型

RFM為『最近購買日期(Recency)』、『購買頻率(Frequency)』、『購買金額(Monetary)』三個字的縮寫，是目前企業用來分析顧客價值最常使用的一種模型，RFM定義說明如下(Hughes, 1994, 1996; Tsai and Chiu, 2004)：

(一) 最近購買日期

最近購買日期是指顧客最近一次的購物日期與分析日的差距，當顧客最後一次購買的時間距現在很近，即最近購買日期較小時，企業認為該顧客再度消費的機會較高，因而會將此類顧客視為比較重要的顧客，相反的，顧客最後一次購買的時間距現在很遠，即最近購買日期較大時，該顧客持續購買慾隨之降低，表示著此顧客的購買行為可能改變或是變節至其他地方消費。以最近購買日期的高低來決定顧客的重要性程度時，應考慮到該企業產品的特性（耐久品與消耗品），不能單憑最近購買日的分數高低便決定顧客的重要性程度。

(二) 購買頻率

購買頻率是指在一段時間之內，顧客消費的次數，一般而言，當顧客消費的頻率愈高，代表此顧客與公司互動程度愈高，該顧客對此公司產品有愈高的熱衷程度，持續購買之動機亦較強，所以顧客價值就愈高。

(三) 購買金額

購買金額是指在一段時間之內，顧客消費的總金額，當顧客的購買金額愈高時，則顧客價值較高。

RFM模型可適用於各個行業的特性，且計算邏輯簡單，許多行銷人員在不需專屬資訊系統輔助下也可進行顧客分析，Kaymak(2001)認為RFM的優點為可藉由擷取相對較少的顧客行為特徵，來改善已發展的顧客價值分析模型之繁雜性，因此在企業界已使用一段很長時間，Hughes(1996)提到RFM在直效行銷(direct marketing)方面，已經使用超過30年了。

一般而言，在預測顧客反應上，R是最強，F次之，M最弱，依其預測能力排列，所以稱為RFM模型。至於在RFM指標分數的建構方面，最常被學者引用的方式為Hughes(1994)和Stone(1995)所提出的兩種不同方法。Hughes(1994)認為RFM對於衡量一個顧客的重要程度上是一致的，因此並沒有給予不同的權重，在此一原則下，Hughes的指標給分標準是將顧客資料庫中的最近購買日、購買頻率與購買金額，分別由大到小、多到少的順序予以排列，排序完後每一構面分別將顧客分成五等分，排在最前面20%的顧客其得分為5分，次之的20%為4分，再次之的20%為3分，依此類推，接下來分別為2和1分，總

分愈高的顧客代表重要性愈高，因此利用此一模型便可以將顧客區分成為125群；Stone (1995)的方式是實證信用卡顧客資料，為了符合產業特性之故，因而其給予購買頻率最高的權重、最近購買日期次之，以及購買金額最低的權重，將顧客的R、F、M分數予以加總後，若其RFM總分大於使用者設定的門檻值，則為潛在型顧客或為黃金顧客。

除了Hughes和Stone提出的方法外，RFM屬性針對不同產業有不同的敏感性，如型錄公司適合使用RF來區隔顧客(Pfeifer and Carraway, 2000)；楊清潭(2003)論文中的健康檢查業，剛好相反，M最重要，因為身體健康檢查不需要常常做，通常是1至3年做一次，所以R跟F的影響力就比較小。許多不同的學者對於RFM模型有做不同的應用及改良，Ha and Park (1998)提出利用自我組織圖依顧客的RFM先分群，再比較各群的RFM平均值和全部的RFM平均值，觀察其變化是否上升或下降，來判斷各群的顧客是否為忠誠度高的黃金顧客還是潛在顧客或是即將流失的顧客。其缺點是有些變化的組合很難去解釋、以及變化的幅度未考量，例如同樣是R↑、F↑、M↑但上升的幅度不同，其實所代表的意義可能是不一樣的。

Miglautsch(2000)提出了行為五等分法，是依顧客購買行為將顧客排序，以改善Hughes的方法，和Hughes分法一樣，也將R、F、M值各分成五等分，但不同的是R值與F值部份。其R值分為前3個月、前4至6個月間、前7至12個月間、前13至24個月以及25個月以上等五類，分別給予5、4、3、2、1分，F值是先將只購買一次的顧客給於1分，然後計算其餘顧客的平均購買次數，低於此平均的顧客分給於2分，高於平均的顧客再計算其平均購買次數，低於此平均的顧客分給於3分，重複此方法，將購買頻率由高至低分為5群。再將顧客的R、F、M分數以9.9、6.6、3.3的比重做加權，可以創出100分為尺度的計分法。

Tsai and Chiu (2004)提出以購買為基礎之區隔演算法(purchase-based segmentation)，是結合基因演算法(genetic algorithm)及RFM，以顧客的購買行為相似的程度來做分群；Hsieh (2004)提出以自我組織圖對顧客消費的RFM將信用卡顧客區分為循環信用型(revolver)、交易型(transactor)及方便型(convenience)；Yang (2004)提出以卡方自動檢視法(Chi-square automatic interaction detection; CHAID)來簡化RFM分群過多的問題，並提出了性別和V， $V=M/R$ 象徵顧客在過去的花費，依過去顧客的價值推測未來可能的價值。

Etzion et al. (2005)將R、F、M三個變數擴大為八個變數：最近購買時間(Rbuy; recency of last buy)、購買頻率(Fbuy; frequency of buys)、最近參與時間(Rs; recency of last session)、參與次數(Fs; frequency of sessions)、購買總金額(M; total amount spent on merchandise)、最近投標時間(Rbet; recency of last bets)、投標頻率(Fbet; frequency of bets)、總投標金額(Mbet; total amount on bets)，以符合線上競標的顧客行為，而建立起適合電子商務拍賣網站的電子化顧客價值模型。

三、模糊理論(Fuzzy Theory)

在現實生活中，我們所碰到的問題具備有許多不確定性，我們對同一問題的態度也不盡相同，所以我們在日常生活中的語言裡也會有一些不確定的形容詞，例如大概…，

約...，所以在1965年由美國加州柏克萊大學的L. A. Zadeh 教授所提倡，用來表現某些無法明確定義的模糊性觀念，例如描述『年輕』、『天氣熱』、『距離很近』等語意詞(Yen and Langari, 1999; 蘇木春與張孝德, 2000)。以下將介紹明確集合(crisp set)、模糊集合(fuzzy set)及各種歸屬函數(membership function)，及其應用：

(一) 明確集合

傳統的明確集合是基於二值邏輯的觀點，也就是具有一個明確的邊界，元素與集合的關係不是『屬於』就是『不屬於』，也就是『非此即彼』，以『溫度高』為例，我們定義溫度超過30度就屬於溫度高，低於30度就不屬於溫度高，其特徵函數(characteristic function)為：

$$\phi_{\text{溫度=高}}(X) = \begin{cases} 1, & x \geq 30 \\ 0, & x < 30 \end{cases} \quad (1)$$

這種表示法是不太合理的，30度屬於溫度高的程度為1，29度屬於溫度的程度高卻為0，然而29度已經很接近30度了，應該是溫度頗高，這種程度性的描述，是傳統明確集合論所無法處理的。

(二) 模糊集合

對於『溫度高』這個語意，加入了中間狀態，就是程度上的分區。以『溫度高』為例，其歸屬函數為公式(2)，例如25度屬於溫度高的程度是0.5，而28度屬於溫度高的程度是0.8，以這種表示方式比較人性化。

$$\mu_{\text{溫度=高}}(X) = \begin{cases} 1 & , x \geq 30 \\ \frac{30-x}{10} & , 20 < x < 30 \\ 0 & , x \leq 20 \end{cases} \quad (2)$$

(三) 歸屬函數

模糊集合的特徵值函數是將輸入的單一值，映射到模糊語言，而所映射的值會介於0~1之間，此類的特徵函數稱為歸屬函數(陳秋恭, 2004)，然而對於『溫度高』等此種的模糊語意詞，每個人的看法都不同，故歸屬函數要如何訂定完全因人而異，只要合情合理能被大家所接受就可以了。常見的歸屬函數有：三角形(triangular shape)、梯形(trapezoid shape)、鐘形(bell shape)、S形、Z形等。

(四) 模糊理論之應用

Kaymak (2001)將顧客的R、F、M值以模糊分群(fuzzy c-means clustering)的方式建立之模型，其成效高於以邏輯回歸方式建立的模型，而且比邏輯回歸法使用的分群數還少；邱宏彬與蘇建源(2004)利用模糊分割(fuzzy partition)的觀念將RFM值量化並表示成3維的資料方塊(data cube)以建構一模糊RFM模型，以該模型為基礎可進行顧客分群、顧客特性分析、以及挖掘RFM的模糊關聯法則，以便提供更具彈性且有效的資訊，作為企業在制定客製化行銷策略的正確決策上的一個有力的參考依據；徐村和與林凌仲(2006)利用方法一目的鏈分析法(means-end analysis)，建立顧客價值屬性之層級結構，再依據模糊

品質機能展開法(fuzzy quality function deployment; FQFD)和熵(entropy)，進行顧客價值評估，來發展量販店的顧客價值競爭策略模式。

四、馬可夫鏈模型(Markov chain model)

馬可夫鏈是蘇俄數學家馬可夫(Markov)於1907年提出的，當時首先被運用於物理現象，簡而言之，馬可夫鏈模型是一種用以預測未來結果之方法，其理論基礎係藉由現有之過去經驗，預測未來（高孔廉與張緯良，2000），以下介紹其基本原理：

（一）隨機過程(stochastic process)

由一群隨機變數所構成的集合，係指一系列試驗的各『結果』(outcome)各有其不同的出現機率，無法確知『結果』將會發生的情況，其符號型式為： $\{X_t\}_{t=0,1,2,\dots}$ ， $t \in T$ ，其中 t 屬於一已知非負整數所形成的集合 T 中的元素， X_t 表示當時間點為 t 時，某一研究主題的結果（蘇育代，2004）。

（二）移轉機率(transition probabilities)

在試驗中，從一個狀態(state)移到另一個狀態之機率謂之移轉機率，例如一個由第一期至第二期的試驗，第一期時在狀態 i ，而第二期移至狀態 j 之機率，並以 p_{ij} 表示之。

（三）移轉矩陣(transition matrix)

是一正方矩陣($n \times n$ 矩陣)，由各種狀態之間移轉機率所構成，一般以大寫 P 表示，其形式如：

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ P_{n1} & P_{n2} & \cdots & P_{nn} \end{bmatrix} \quad (3)$$

（四）移轉期間(transition period)

在敘述移轉機率及移轉矩陣時有提到，它們所表示的是從一個期間到另一個期間的移轉情形。至於『期間』的長短要視研究問題的性質及目的來決定，例如以日、月、季、半年或年等來表示，這種表示方法是指移轉期間為固定，但有時，它亦可以是不固定的，例如購買手機的品牌，由第一次購買至第二次購買即為一個移轉期間，它可能與第二次至第三次購買之間隔時間不同。對於固定與不固定移轉期間，以前者處理較方便，因此在分析問題時，通常係假設為固定常數，但就選民投票行為而言，移轉期間即不固定，此時可以以『次』為單位來定義移轉期間（高孔廉與張緯良，2000）。

（五）馬可夫過程(Markov process)

馬可夫過程依過去試驗結果影響的多寡可分為一階、二階與高階馬可夫過程，若機率過程 $\{X_t\}_{t=0,1,2,\dots}$ 中，第 $t+1$ 次的出象僅與第 t 次的出象有關，而與第 $0, 1, \dots, t-1$ 次的出象無關；如公式：

$$P\{X_{t+1} = x_{t+1} | X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_t = x_t\} = P\{X_{t+1} = x_{t+1} | X_t = x_t\} \quad (4)$$

則稱為一階馬可夫過程(one-order Markov process)，而機率 $P\{X_{t+1} = x_{t+1} | X_t = x_t\}$ 稱為由狀態 X_t 移轉至狀態 X_{t+1} 的移轉機率，若第 $t+1$ 次的出象只與第 t 次和第 $t-1$ 次有關，而與第 $0, 1, \dots, t-2$ 次的出象無關，如公式：

$$P\{X_{t+1} = x_{t+1} | X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_t = x_t\} = P\{X_{t+1} = x_{t+1} | X_{t-1} = x_{t-1}, X_t = x_t\} \quad (5)$$

則稱為二階馬可夫過程(second-order Markov process)，而高階馬可夫過程(higher-order Markov process)同理推論，不過在實務之應用，以一階馬可夫過程為主（陳坤茂，1998）。

（六）馬可夫鏈(Markov chain)

隨著時間移轉，由一連串時間與狀態皆屬離散的馬可夫過程所聯結形成的過程稱為馬可夫鏈（蘇育代，2004），一般而言，馬可夫鏈可說是事件、狀態及時間週期的集合，它要研究的是，事件在一種狀態內，經過許多週期的轉換之後，事件仍在原狀態的機率為何，或事件轉換成不同狀態的機率為何（葉丁鴻等人，2001）。依狀態空間中元素個數來分，若狀態空間中元素個數為有限個，則稱有限型馬可夫鏈(finite-state Markov chain)，例如某市場上牙膏品牌有五種，每一種即為一個狀態，五種品牌所構成的集合稱為狀態空間，若個數為無限個，則稱無限型馬可夫鏈(infinite-state Markov chain)。依狀態空間中元素個數來分，若狀態空間中元素個數為有限個，則稱有限型馬可夫鏈(finite-state Markov chain)，例如某市場上牙膏品牌有五種，每一種即為一個狀態，五種品牌所構成的集合稱為狀態空間，若個數為無限個，則稱無限型馬可夫鏈(infinite-state Markov chain)。有限馬可夫鏈之特質如下：(1)有限個狀況；(2)具有馬可夫性質(Markov property)，即任何過程中的當期的試驗結果只受到前一期試驗結果影響，與之前其他期無關；(3)穩定的移轉機率；(4)在時間為0之各狀態的起始機率(initial probability)。

馬可夫鏈被廣泛的應用在生產管理等議題，如等候理論(queuing theory)、存貨(inventory)、維修(maintenance)等方面，也被應用於改善財務及行銷策略上，例如Pfeifer and Carraway (2000)結合了馬可夫鏈模型和RFM模型來估算顧客的購買行為，以制定行銷資源分配政策；Swami et al. (2001)依電影的票房等級，決定是否換檔的策略，在訂定相對應的機率及報酬後，利用馬可夫決策過程替電影院排程訂出最佳化的換檔決策模式；Ha et al. (2002)以RFM模型配合決策樹將顧客分成三類，再利用馬可夫鏈中機率移轉矩陣，預測不同行銷策略下，顧客的購買行為，以改進行銷策略之效力；宋家寬(2002)利用貝氏機率與RFM模型中F、M二變數定義每位顧客刷卡狀態，配合馬可夫鏈模型計算出單一顧客遷徙路徑，以判別其顧客價值，再針對較佳遷徙路徑之顧客推出有效的行銷方案；Etzion et al. (2005)結合馬可夫鏈模型和RFM模型，提出了適合電子商務拍賣網站的電子化顧客價值模型。

參、研究方法

本研究將模糊理論應用到RFM模型，並配合馬可夫鏈模型，定義每位顧客的購買狀態，再建構顧客購買狀態的馬可夫移轉矩陣及利潤矩陣，藉此顧客移轉機率矩陣來預測顧客往後的購買行為，以估計其顧客價值。假設顧客的購買狀態移轉行為符合有限型馬可夫鏈與穩定型馬可夫鏈的假設，這表示每期的機率移轉矩陣都相同，以下就顧客購買狀態、RFM歸屬函數定義、建立模糊狀態的馬可夫機率移轉矩陣、建立馬可夫利潤矩陣、及顧客價值計算逐一說明：

一、定義顧客購買狀態及R、F、M之歸屬函數

本研究依據RFM模型定義馬可夫鏈移轉矩陣的顧客購買狀態，依此假設建立顧客狀態如下：R為0到 r ，共 $r+1$ 種狀態， r 為未再交易的期數；F為低、中、高三種狀態；M為低、中、高三種狀態。並參考Pfeifer and Carraway (2000)與郭瑞祥等人(2004)在其模型的設定，將R定義為最近購買期間，雖然此定義和Hughes (1994)原本對R的定義有所不同，但其不同在於時間單位的不同，表示自最近發生購買行為之一期計起，距現在已有幾期沒有購買行為的發生，假設期間長度為一個月，當 $R=3$ ，代表該顧客已經有三個月沒有購買的行為；若 $R=0$ ，則代表該顧客在這一個月內有購買的行為，F代表最近一期購買時的購買總次數，M代表最近一期的平均利潤(購買金額-成本)。

當R的狀態為 r 時，表示至少已有 r 期以上未再交易，於是判斷其為已流失的顧客，並且不會再移轉到其他狀態，故稱 $R=r$ 時為吸收狀態(absorbing state)，因此在這樣的假設下，當顧客上一期狀態為 $R=r$ 時，此顧客下一期移轉到狀態 $R=r$ 的機率為1，而移轉到其他狀態機率將會為0，對於此狀態顧客若再有購買行為就視為新顧客(Berger and Nasr, 1998; Pfeifer and Carraway, 2000)。

如何找出一個適當的歸屬度函數是目前模糊理論研究中相當實際且重要的問題，一般來說並沒有通用的定理或公式，通常是依據經驗或統計方法來加以確定，很難具客觀性，許多研究學者希望能夠透過系統化的方式來找出比較客觀的歸屬度函數，最常見的做法是先建立粗略的歸屬度函數，然後藉由學習與不斷地實驗，逐步進行修正和調整使得歸屬度函數更加客觀。簡單的三角形歸屬函數可使系統具有較佳的執行效率，且已成功地應用在很多問題上(Yen and Langari, 1999)，Fukuda (1996)提到，均分且對稱的三角形模糊歸屬函數即可有不錯的效果，所以對於F、M的歸屬函數，我們試著利用：(1)三角形歸屬函數；(2)S、Z形歸屬函數；(3)梯形歸屬函數來表示，從中挑選出最適合之歸屬函數。

二、建立模糊狀態的馬可夫機率移轉矩陣

根據Bhattacharyya (1998)定義，模糊事件的機率可表示如下：

$$P\{A\} = \int_{\Omega} \mu_A(x) dP, \mu_A(x) : \Omega \rightarrow [0,1] \quad (6)$$

其中 Ω 為樣本空間， P 為機率， $\mu_A(x)$ 為模糊事件 A 之歸屬函數。兩個模糊事件 A 與 B 的乘機定義為

$$A \cdot B \leftrightarrow \mu_{A \cdot B} = \mu_A \times \mu_B \tag{7}$$

例如假設顧客購買狀態以(R, F, M)表示之，若顧客甲在某一期間所算出的最近購買期間(R)為0；購買頻率(F)有0.7程度為中、0.3程度為低；利潤(M)有0.4程度為高、0.6程度為中，則顧客甲在該期間的購買狀態有0.28程度為(0, 中, 高)、0.42程度為(0, 中, 中)、0.12程度為(0, 低, 高)、0.18程度為(0, 低, 中)，如表1所示。

表1：顧客甲在該期間之狀態

	M=高(0.4)	M=中(0.6)
F=中(0.7)	0.28	0.42
F=低(0.3)	0.12	0.18

假設 X_t, X_t^f 分別為時間 t 的非模糊狀態與模糊狀態且所有初始機率皆相等時，系統從一個模糊狀態到另一個模糊狀態的移轉機率可表示如下：

$$p_{x_r, x_s} = P\{X_1^f = x_s | X_0^f = x_r\} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n P\{X_1 = j | X_0 = i\} P\{X_0 = i\} \mu_{x_r}(i) \mu_{x_s}(j)}{\sum_{i=1}^n \mu_{x_r}(i) P\{X_0 = i\}} \tag{8}$$

假設所有初始機率皆相等時，公式(8)可簡化為

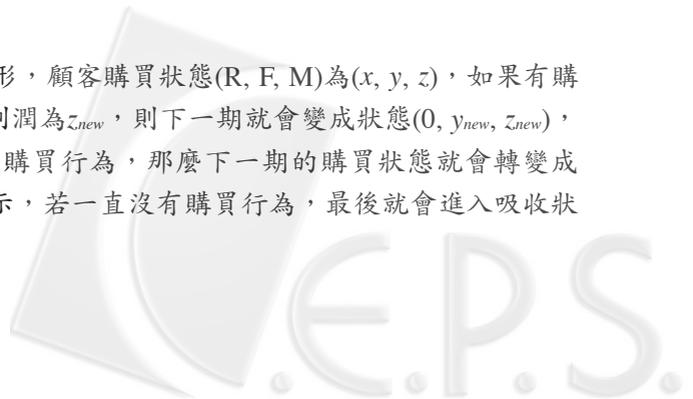
$$p_{x_r, x_s} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n p_{ij} \mu_{x_r}(i) \mu_{x_s}(j)}{\sum_{i=1}^n \mu_{x_r}(i)} \tag{9}$$

假設 Γ 為一個 $m \times n$ 的模糊狀態歸屬函數矩陣， P_{UF} 為一個 $m \times m$ 的非模糊狀態移轉矩陣， P 為一個 $n \times n$ 的模糊狀態之模糊移轉矩陣，根據公式(9)，模糊移轉矩陣為

$$P = \Delta_1 \Gamma' P_{UF} \Gamma \tag{10}$$

其中 $\Delta_1 = \text{diag}\{(\sum_{i=1}^n \mu_{x_r}(i))^{-1}\}$ 。

圖1為顧客購買狀態 (x, y, z) 的移轉情形，顧客購買狀態(R, F, M)為 (x, y, z) ，如果有購買行為，且本期購買總次數為 y_{new} ，平均利潤為 z_{new} ，則下一期就會變成狀態 $(0, y_{new}, z_{new})$ ，移轉機率以 $P(xyz, 0y_{new}z_{new})$ 表示；若沒有購買行為，那麼下一期的購買狀態就會轉變成 $(x+1, y, z)$ ，移轉機率以 $P(xyz, (x+1)yz)$ 表示，若一直沒有購買行為，最後就會進入吸收狀態 r 。



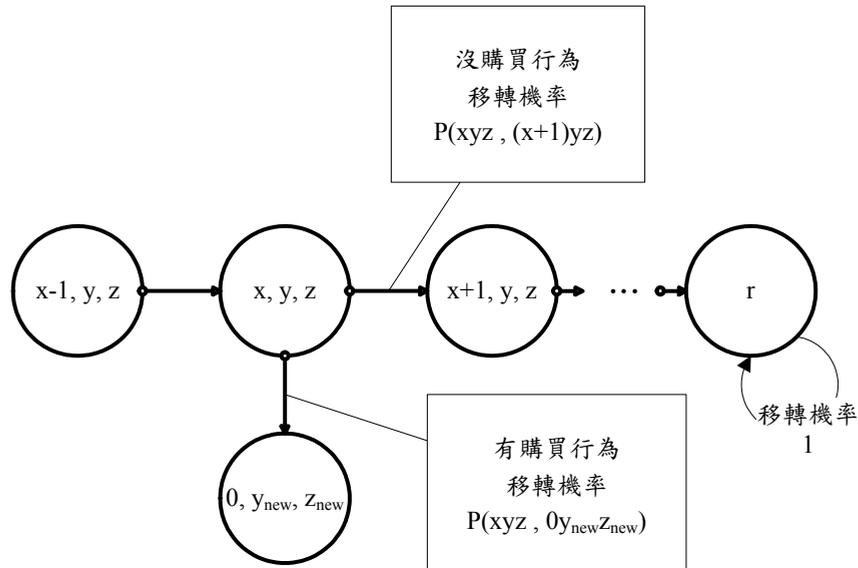


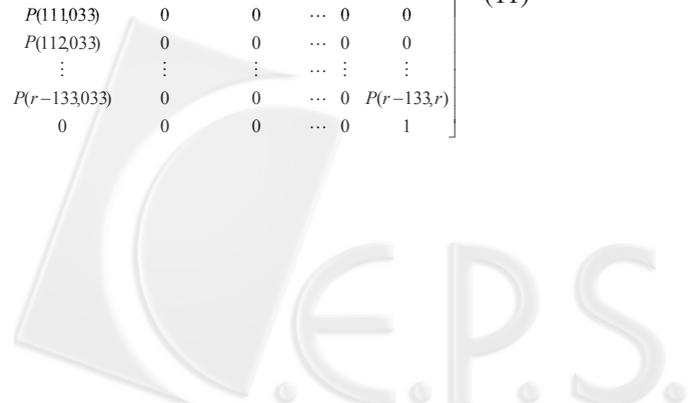
圖1：顧客購買狀態(x, y, z)的移轉情形

R為0到r種狀態；F為低、中、高三種狀態；M為低、中、高三種狀態，F、M的低、中、高三種狀態，分別以1、2、3來表示，例如P(012, 023)代表原本狀態R=0、F=1（低）、M=2（中）轉變成狀態為R=0、F=2（中）、M=3（高）的機率。

若本期購買為狀態(0, 1, 1)，則下一期的可能狀態為：(1)狀態(0, 1, 1)、(2)狀態(0, 1, 2)、(3)狀態(0, 1, 3)、(4)狀態(0, 2, 1)、(5)狀態(0, 2, 2)、(6)狀態(0, 2, 2)、(7)狀態(0, 3, 1)、(8)狀態(0, 3, 2)、(9)狀態(0, 3, 3)、(10)狀態(1, 1, 1)，共10種狀態，如圖2所示，其中前9種是有購買行為，而第10種是沒有購買行為，分別計算出前一期狀態為(0, 1, 1)，而下一期為這10種狀態的人數，再除以總人數，即為移轉機率。

根據公式(10)，再將各種狀態之移轉機率填入矩陣中，即得模糊移轉矩陣：

$$P = \begin{bmatrix}
 P(011,011) & P(011,012) & P(011,013) & P(011,021) & \dots & P(011,033) & P(011,111) & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 P(012,011) & P(012,012) & P(012,013) & P(012,021) & \dots & P(012,033) & 0 & P(012,112) & \dots & 0 & 0 \\
 P(013,011) & P(013,012) & P(013,013) & P(013,021) & \dots & P(013,033) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 P(021,011) & P(021,012) & P(021,013) & P(021,021) & \dots & P(021,033) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\
 P(033,011) & P(033,012) & P(033,013) & P(033,021) & \dots & P(033,033) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 P(111,011) & P(111,012) & P(111,013) & P(111,021) & \dots & P(111,033) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 P(112,011) & P(112,012) & P(112,013) & P(112,021) & \dots & P(112,033) & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\
 P(r-133,011) & P(r-133,012) & P(r-133,013) & P(r-133,021) & \dots & P(r-133,033) & 0 & 0 & \dots & 0 & P(r-133,r) \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1
 \end{bmatrix} \quad (11)$$



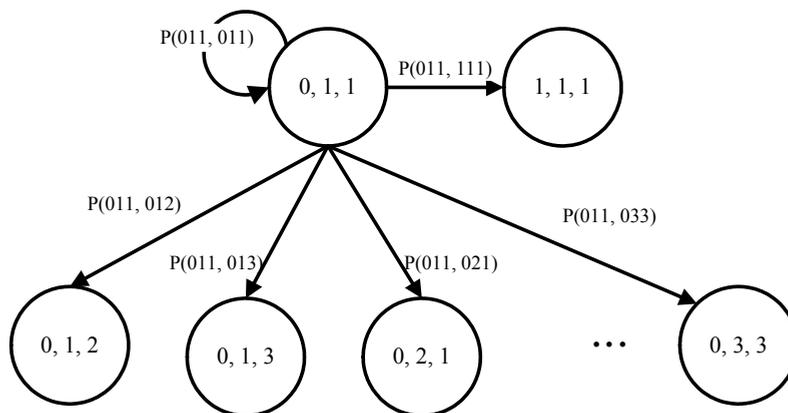


圖2：顧客購買狀態(0, 1, 1)之移轉情形

三、建立馬可夫利潤矩陣

利潤矩陣是不同購買狀態下，顧客對企業的平均利潤貢獻構成的矩陣，是一個 $[(r+1) \times 9 + 1] \times 1$ 的矩陣，表示公式如下(Pfeifer and Carraway, 2000)：

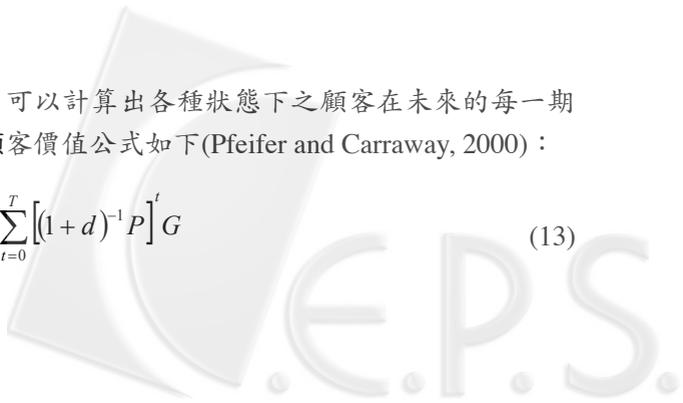
$$G = \begin{bmatrix} E[M_{(0,1,1)} - C_{(0,1,1)}] \\ E[M_{(0,1,2)} - C_{(0,1,2)}] \\ \vdots \\ E[M_{(0,3,2)} - C_{(0,3,2)}] \\ E[M_{(0,3,3)} - C_{(0,3,3)}] \\ -C_{(1,1,1)} \\ \vdots \\ -C_{(r-1,3,3)} \\ -C_{(r)} \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中， $M(x, y, z)$ 代表購買狀態 (x, y, z) 下公司獲得總利潤， $C_{(x, y, z)}$ 代表購買狀態 (x, y, z) 下企業對顧客的行銷成本， E 表期望值。在利潤矩陣中，只有在 $R=0$ 時，有購買行為，才有利潤的產生，而當 $R \neq 0$ 時，就只有行銷成本的花費。

四、顧客價值計算

利用顧客狀態移轉矩陣和利潤矩陣，可以計算出各種狀態下之顧客在未來的每一期中對於企業的利潤貢獻，計算有限期間顧客價值公式如下(Pfeifer and Carraway, 2000)：

$$V^T = \sum_{t=0}^T [(1+d)^{-1} P]^t G \quad (13)$$



其中， V^t 為顧客在未來 T 期所創造的價值， P 為顧客移轉矩陣， G 代表利潤矩陣， d 代表折現率，是指未來將得到的貨幣，必不等於現在所得到的金額，未來預期得到的金額將透過折現的方法計算出淨現值， t 為顧客購買期間距今的期數。

肆、實驗結果分析

本研究利用某家醫療藥品器材商之實際銷售資料，做模型的評估。交易資料所涵蓋的期間由2003年10月至2004年12月，共計15個月，且包含360個顧客，11043筆的銷售資料。本研究將利用前10個月之資料（6603筆）估計模型參數，並建立移轉矩陣及利潤矩陣，再利用後5個月之資料（4440筆）進行模型分析結果之驗證，比較模型的分析結果和實際值之差異。以下就顧客狀態之定義、建立機率移轉矩陣及利潤矩陣、顧客價值估計、結果比較加以說明：

一、定義顧客狀態

建立顧客購買狀態移轉矩陣之前，必須定義顧客之購買狀態，本研究依據RFM模型定義下列三種顧客購買狀態：

（一）最近購買期間(R)

為了使資料的特性更符合馬可夫鏈的假設，希望在移轉矩陣中，當前後兩期移轉時，至少涵蓋顧客的一個購買週期，確保顧客前後兩期購買行為之關聯性，因此本研究設定每期時間長短，使兩期的時間長度至少要大於顧客的平均購買週期，由於顧客平均每月購買2.68次，所以將最近購買期間設定為一個月，而顧客在 $R=0\sim6$ 之內都會有再購買的行為，因此，將吸收態狀 r 設定為7，若某顧客在此狀態內，表示該顧客有7個月以上沒有購買行為，被判定為流失顧客。

（二）購買頻率(F)

計算交易資料前10期的最大購買頻率及最小購買頻率分別為36與1，設定歸屬函數，由於三角形歸屬函數的預測力優於S、Z形與梯形歸屬函數，在此僅說明三角形歸屬函數，其公式如下，圖形如圖3所示。

$$\begin{aligned} \phi_{F=低}(X) &= \begin{cases} \frac{18.5-x}{17.5}, & 1 \leq x \leq 18.5 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ \phi_{F=中}(X) &= \begin{cases} \frac{x-18.5}{17.5}, & 1 \leq x \leq 18.5 \\ \frac{36-x}{17.5}, & 18.5 < x \leq 36 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ \phi_{F=高}(X) &= \begin{cases} \frac{x-18.5}{17.5}, & 18.5 \leq x \leq 36 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

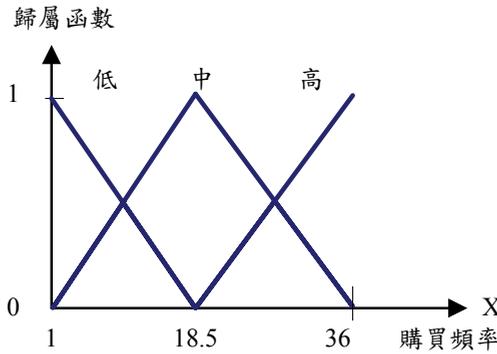


圖3：顧客購買頻率之三角形歸屬函數

(三) 平均利潤(M)

計算交易資料前10期的最大顧客平均利潤及最小顧客平均利潤分別為253232與0，設定三角形歸屬函數，公式(15)為其歸屬函數，圖形如圖4所示。

$$\begin{aligned} \phi_{M=低}(X) &= \begin{cases} \frac{126616-x}{126616} & , 0 \leq x \leq 126616 \\ 0 & , x > 126616 \end{cases} \\ \phi_{M=中}(X) &= \begin{cases} \frac{x}{126616} & , 0 \leq x \leq 126616 \\ \frac{253232-x}{126616} & , 126616 < x \leq 253232 \\ 0 & , x > 253232 \end{cases} \\ \phi_{M=高}(X) &= \begin{cases} 0 & , x < 126616 \\ \frac{x-126616}{126616} & , 126616 \leq x \leq 253232 \\ 1 & , x > 253232 \end{cases} \end{aligned} \tag{15}$$

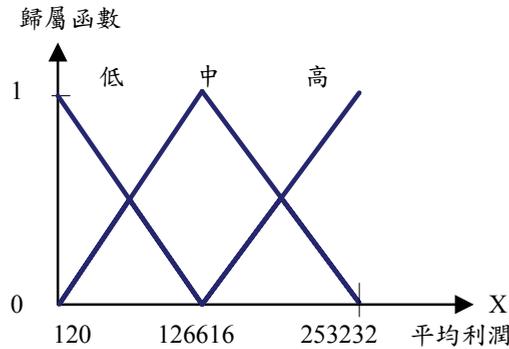


圖4：顧客平均利潤之三角形歸屬函數

因此，顧客狀態定義為64(= 7*3*311)種狀態，而其移轉矩陣和利潤矩陣都將有64列。

二、建立模糊狀態的機率移轉矩陣及利潤矩陣

根據前10個月之交易資料，建立起機率移轉矩陣，然而機率移轉矩陣是由64列乘64

行的矩陣所構成，因受版面限制，僅列出一階馬可夫鏈三角形歸屬函數之部份內容，如表2所示。本研究在實驗時不考慮行銷成本。根據前10個月之交易資料，建立出利潤矩陣，表3為一階馬可夫鏈三角形歸屬函數之利潤矩陣。當最近購買期間狀態 $R>0$ 時，表示顧客沒有發生購買行為，所以其預期利潤為0。

表2：一階馬可夫鏈三角形歸屬函數之模糊狀態的部份機率移轉矩陣

R,FM	0,1,1	0,1,2	0,1,3	0,2,1	0,2,2	0,2,3	0,3,1	0,3,2	0,3,3	1,1,1	1,1,2	1,1,3	...	6,3,3	7
0,1,1	0.1510	0.0748	0.0016	0.0461	0.0272	0.0001	0.0011	0.0012	0.0000	0.6968	0	0	...	0	0
0,1,2	0.1090	0.1684	0.0081	0.0328	0.0624	0.0021	0.0009	0.0040	0.0001	0	0.6124	0	...	0	0
0,1,3	0.0219	0.2643	0.1183	0.0056	0.1302	0.0320	0.0005	0.0109	0.0006	0	0	0.4157	...	0	0
0,2,1	0.1406	0.0911	0.0004	0.2785	0.2235	0.0020	0.0310	0.0289	0.0002	0	0	0	...	0	0
0,2,2	0.0671	0.0922	0.0032	0.1568	0.4515	0.0154	0.0158	0.0925	0.0031	0	0	0	...	0	0
0,2,3	0.0182	0.0790	0.0080	0.0346	0.5869	0.0461	0.0021	0.1206	0.0097	0	0	0	...	0	0
0,3,1	0.0162	0.0204	0.0002	0.3852	0.2716	0.0012	0.1625	0.1289	0.0005	0	0	0	...	0	0
0,3,2	0.0043	0.0172	0.0013	0.1089	0.5379	0.0190	0.0445	0.2569	0.0081	0	0	0	...	0	0
0,3,3	0.0008	0.0128	0.0015	0.0139	0.6337	0.0512	0.0029	0.2630	0.0195	0	0	0	...	0	0
1,1,1	0.1373	0.0643	0.0003	0.0126	0.0053	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	...	0	0
1,1,2	0.1049	0.1181	0.0032	0.0147	0.0218	0.0003	0.0000	0.0027	0.0001	0	0	0	...	0	0
1,1,3	0.0442	0.1842	0.0245	0.0039	0.0922	0.0028	0.0000	0.0566	0.0014	0	0	0	...	0	0
1,2,1	0.2453	0.1135	0.0000	0.1197	0.0511	0.0000	0.0009	0.0006	0.0000	0	0	0	...	0	0
1,2,2	0.1931	0.1837	0.0038	0.0818	0.1304	0.0033	0.0005	0.0006	0.0000	0	0	0	...	0	0
1,2,3	0.4372	0.2430	0.0094	0.0309	0.1861	0.0115	0.0000	0.0004	0.0000	0	0	0	...	0	0
1,3,1	0.1417	0.1503	0.0000	0.2123	0.1188	0.0000	0.0018	0.0015	0.0000	0	0	0	...	0	0
1,3,2	0.1286	0.2567	0.0019	0.1400	0.1670	0.0028	0.0013	0.0010	0.0000	0	0	0	...	0	0
1,3,3	0.0000	0.3873	0.0176	0.0000	0.5693	0.0258	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	...	0	0
2,1,1	0.1504	0.0552	0.0001	0.0023	0.0052	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	...	0	0
2,1,2	0.0912	0.1195	0.0025	0.0044	0.0096	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	...	0	0
2,1,3	0.0026	0.1650	0.0131	0.0000	0.0080	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	...	0	0
2,2,1	0.1852	0.1035	0.0007	0.0797	0.0510	0.0010	0.0022	0.0017	0.0000	0	0	0	...	0	0
2,2,2	0.1282	0.1540	0.0010	0.0426	0.0785	0.0014	0.0012	0.0010	0.0000	0	0	0	...	0	0
2,2,3	0.0000	0.3046	0.0074	0.0000	0.4478	0.0108	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	...	0	0
2,3,1	0.0353	0.0467	0.0000	0.4848	0.3770	0.0000	0.0289	0.0273	0.0000	0	0	0	...	0	0
2,3,2	0.0761	0.1006	0.0000	0.4098	0.3594	0.0000	0.0276	0.0265	0.0000	0	0	0	...	0	0
2,3,3	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	...	0	0
3,1,1	0.0581	0.0256	0.0000	0.0039	0.0030	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	...	0	0
3,1,2	0.0698	0.0404	0.0001	0.0051	0.0056	0.0000	0.0001	0.0001	0.0000	0	0	0	...	0	0
3,1,3	0.0018	0.0024	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0	0	0	...	0	0
3,2,1	0.1489	0.0520	0.0000	0.0201	0.0222	0.0000	0.0004	0.0006	0.0000	0	0	0	...	0	0
...
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	...	0	1

表3：一階馬可夫鏈三角形歸屬函數之利潤矩陣

R,F,M	預期利潤
0,1,1	0
0,1,2	1033
0,1,3	253232
0,2,1	0
0,2,2	2769
0,2,3	678731
0,3,1	0
0,3,2	37186
0,3,3	9116351
...	...
7	0

三、進行顧客價值的估計

計算出機率移轉矩陣以及利潤矩陣後，再利用有限期間計算顧客價值公式(13)計算接下來5個月內（2004年8月至2004年12月）各種狀態下顧客總利潤之預測價值（一階馬可夫鏈三角形歸屬函數），在進行資料驗證時，本研究不考慮折現率，計算結果如表4所示。

表4：五期內各購買狀態之預測價值（一階馬可夫鏈三角形歸屬函數）

R,F,M	顧客價值	R,F,M	顧客價值	R,F,M	顧客價值	R,F,M	顧客價值
0,1,1	13880.02	1,3,2	71916.54	3,2,3	33942.6	5,2,1	0
0,1,2	19473.35	1,3,3	81099.53	3,3,1	0	5,2,2	0
0,1,3	42021.15	2,1,1	4697.612	3,3,2	0	5,2,3	0
0,2,1	62213.57	2,1,2	7693.016	3,3,3	0	5,3,1	0
0,2,2	112713.9	2,1,3	11279.55	4,1,1	3451.442	5,3,2	0
0,2,3	147490	2,2,1	6187.828	4,1,2	4783.829	5,3,3	0
0,3,1	112142.9	2,2,2	33104.92	4,1,3	7650.512	6,1,1	2124.737
0,3,2	206019.7	2,2,3	52484.85	4,2,1	0	6,1,2	2696.453
0,3,3	219922.5	2,3,1	19676.78	4,2,2	0	6,1,3	303.5411
1,1,1	6329.557	2,3,2	109614.4	4,2,3	0	6,2,1	0
1,1,2	11208.03	2,3,3	117122.9	4,3,1	0	6,2,2	0
1,1,3	30109.88	3,1,1	3525.187	4,3,2	0	6,2,3	0
1,2,1	18051.33	3,1,2	5128.993	4,3,3	0	6,3,1	0
1,2,2	37678.59	3,1,3	6341.52	5,1,1	3400.82	6,3,2	0
1,2,3	55086.53	3,2,1	3505.912	5,1,2	3412.354	6,3,3	0
1,3,1	46092.85	3,2,2	19836.46	5,1,3	8640.82	7	0

接著計算在2004年7月底，亦即前10個月交易資料最後一期，每位顧客購買狀態，因限於篇幅，以下僅列出四位顧客之購買狀態（一階馬可夫鏈三角形歸屬函數），如表5所示。將前10個月交易資料之最後一期之顧客購買狀態（表5），乘以五期內各購買狀態之預測價值（表4），即可得到這360名舊有顧客於未來5個月（2004年8月至2004年12月）內顧客之預期總利潤，以顧客AC01-00001為例， $13880.02*0 + 19473.35*0.91147 + 42021.15*0.08853 + 62213.57*0 + \dots 0*0 = 21469$ 。

表5：2004年7月底各顧客購買狀態

顧客AC01-00001		顧客AC03		顧客AC01-00006		顧客AC09-00015	
R,F,M	歸屬度	R,F,M	歸屬度	R,F,M	歸屬度	R,F,M	歸屬度
0,1,1	0	0,1,1	0	0,1,1	0	0,1,1	0
0,1,2	0.91147	0,1,2	0	0,1,2	0.87027	0,1,2	0
0,1,3	0.08853	0,1,3	0	0,1,3	0.12973	0,1,3	0
0,2,1	0	0,2,1	0	0,2,1	0	0,2,1	0
0,2,2	0	0,2,2	0.70834	0,2,2	0	0,2,2	0
0,2,3	0	0,2,3	0.11955	0,2,3	0	0,2,3	0
0,3,1	0	0,3,1	0	0,3,1	0	0,3,1	0
0,3,2	0	0,3,2	0.27506	0,3,2	0	0,3,2	0
0,3,3	0	0,3,3	0.0046423	0,3,3	0	0,3,3	0
1,1,1	0	1,1,1	0	1,1,1	0	1,1,1	0.39512
1,1,2	0	1,1,2	0	1,1,2	0	1,1,2	0.60488
1,1,3	0	1,1,3	0	1,1,3	0	1,1,3	0
...	0	...	0	...	0	...	0
6,3,3	0	6,3,3	0	6,3,3	0	6,3,3	0
7	0	7	0	7	0	7	0

四、結果比較

本節主要將研究之結果與Pfeifer and Carraway(2000)所提之方法與業界常用的方法比較，Pfeifer and Carraway方法是利用馬可夫鏈推估顧客購買行為，此方法未加入模糊理論，且使用64種狀態，前63個狀態是 $7 \times 3 \times 3$ 的組合(R為0到6種狀態；F為1、2、3三種狀態；M為1、2、3三種狀態)，最後一個狀態是代表吸收狀態，所以本研究結果與之比較，藉以看出加入模糊理論之績效；另外業界常用的方法，亦即直接用過去值當作預測值，藉以看出模糊馬可夫鏈之績效。因為本研究要預測未來5個月內（2004年8月至2004年12月）之顧客總利潤，所以此方法將用過去5個月內（2004年3月到2004年7月）顧客總利潤，來當作預測值。

預測精確度衡量準則係以誤差率來判斷每一位顧客實際利潤與預測值上的差距。而整體上以平均絕對百分比誤差(mean absolute percentage error; MAPE)、平均平方誤差(mean square error; MSE)、相對平均誤差(relative squared error, RSE)與相關係數(correlation

coefficient, CC)來判斷那一種方法之預測能力較佳，其計算公式如下：

(一) 誤差率

$$\text{誤差率} = \frac{|F - A|}{A} \times 100\% \quad (16)$$

其中， F 為預測值， A 為實際值。

(二) 平均絕對百分比誤差(MAPE)

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|F_i - A_i|}{A_i} \times 100\% \quad (17)$$

其中， F_i 為第 i 名顧客之預測值， A_i 為第 i 名顧客之實際值， n 為顧客人數。MAPE之值愈小，表示模型正確預測能力愈強，預測模型估計結果與歷史資料吻合精確度愈大，Lewis (1982)依據MAPE值的大小，將模型預測能力分為四種等級，如表6所示：

表6：MAPE預測能力之等級

MAPE值	預測能力
<10%	高度精確
10%~20%	良好
20%~50%	合理
>50%	不正確

(三) 平均平方誤差(MSE)

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (F_i - A_i)^2 \quad (18)$$

(四) 相對平均誤差(RSE)

$$\text{RSE} = \frac{\sum_{i=1}^n (F_i - A_i)^2}{\sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A})^2} \times 100\% \quad (19)$$

其中 \bar{A} 為預測值之平均數。

(五) 相關係數(CC)

$$\text{CC} = \frac{S_{FA}}{\sqrt{S_F S_A}} \quad (20)$$

其中 $S_{FA} = \frac{\sum_{i=1}^n (F_i - \bar{F})(A_i - \bar{A})}{n-1}$ ， $S_F = \frac{\sum_{i=1}^n (F_i - \bar{F})^2}{n-1}$ ， $S_A = \frac{\sum_{i=1}^n (A_i - \bar{A})^2}{n-1}$ ， \bar{F} 為實際值之平均數。

各種預測方法的結果如表7所示，我們可歸納出以下幾點實驗結果：

- (一) 比較三種歸屬函數之預測結果，以三角形歸屬函數較佳，不論是MAPE、MSE與相對平均誤差都低於另外二種歸屬函數，而相關係數高於另外二種歸屬函數。
- (二) 以一階馬可夫鏈三角形為歸屬函數之預測結果相對而言比較準確，表示利用一階馬可夫鏈三角形歸屬函數能實際捕捉到顧客的購買行為。
- (三) 利用二階馬可夫之預測結果不佳，其原因是二階馬可夫的狀態個數非常的多，而交易資料僅有10個月做模型參數估計，所以參數估計較不正確，而導致最後結果不佳。
- (四) 就一階馬可夫鏈而言，若忽略梯形歸屬函數，則將模糊理論加入到模型中的預測效果比沒加入模糊理論的預測誤差率低許多，因為以模糊切割的方式來對顧客做分群，以歸屬度來調整顧客屬於那一群的權重，而且每個顧客並不限定分到某一群組，因此可能一次分類到多個不同的群組，所以在預測結果上，加入模糊理論的模型是比較好的。
- (五) 業界常用方法，直接用過去值當作預測值，此方法的誤差率也不大，其原因可能是醫療藥品器材商的顧客為醫院、診所等，其購買行為較為穩定，因此以過去值當作預測值也有不錯預測能力。

表7：各種方法之實驗結果與排名比較

方法	MAPE	MSE	RSE	CC
一階馬可夫鏈 三角形歸屬函數	19.90% (1)	42,807,140 (1)	0.26% (1)	0.986 (1)
業界常用方法 (2004/3~2004/7之總利潤)	28.89% (2)	44,654,760 (2)	2.99% (3)	0.983 (2)
Pfeifer and Carraway (未加入模糊理論)	69.18% (4)	342,109,071 (3)	1.83% (2)	0.926 (3)
一階馬可夫鏈 S、Z形歸屬函數	43.49% (3)	491,754,445 (4)	57.30% (5)	0.854 (5)
一階馬可夫鏈 梯形歸屬函數	77.05% (5)	1,186,896,890 (6)	48.21% (4)	0.63 (7)
二階馬可夫鏈 三角形歸屬函數	78.68% (6)	705,545,012 (5)	109.38% (6)	0.858 (4)
二階馬可夫鏈 S、Z形歸屬函數	90.61% (7)	1,329,078,269 (7)	111.06% (7)	0.853 (6)
二階馬可夫鏈 梯形歸屬函數	97.88% (8)	2,363,949,438 (8)	112.67% (8)	0.478 (8)

單一顧客用於各種預測方法之誤差率做了統計，統計結果如表8所示，其中以三角形歸屬函數方面，誤差率低於10%的顧客人數有180人，佔全體顧客人數的50%，這就表示利用三角形歸屬函數的模型來預測，有一半的顧客價值預測是很精確的，而誤差率高於

50%只有33人，只佔全體顧客人數的9.17%。

將預測誤差率較大的顧客列出，如表9所示，這些顧客不論用何種方法預測都不準確，其原因是這些顧客的購買行為有明顯的改變，其中顧客代號AC48的顧客，在2003年10月至2004年7月間的每月平均購買頻率為1.8次、每次平均利潤為1470元，而在2004年8月至2004年12月間每月平均購買頻率上升至3.6次、每次平均利潤上升至7296元。而其他顧客則是在2003年10月至2004年7月間的每月平均購買頻率及每次平均利潤高過2004年8月至2004年12月，也就是說，這些顧客突然減少了對該公司購買產品的行為，其原因可能是之前買過多的產品，導致後五個月內（2004年8月至2004年12月）購買頻率降低，或者是該顧客找到其他替代品，所以減少了購買行為。

表8：單一顧客誤差率統計表

誤差率	一階馬可夫鏈 三角形歸屬函數		一階馬可夫鏈 S、Z形歸屬函數		一階馬可夫鏈 梯形歸屬函數		Pfeifer and Carraway (未加入模糊理論)		業界常用方法 (2004/3~2004/7 之總利潤)	
	顧客 人數	百分率	顧客 人數	百分率	顧客 人數	百分率	顧客 人數	百分率	顧客 人數	百分率
<10%	180	50%	58	16.11%	68	18.89%	42	11.67%	156	43.33%
10%~20%	78	21.67%	55	15.28%	72	20%	35	9.72%	59	16.39%
20%~50%	69	19.17%	66	18.33%	128	35.56%	43	11.94%	96	26.67%
50%>	33	9.17%	181	50.28%	92	25.56%	240	66.67%	49	13.61%
總計	360	100%	360	100%	360	100%	360	100%	360	100%

表9：預測誤差率較大之顧客

顧客代號	實際值	一階馬可夫鏈 三角形 歸屬函數		一階馬可夫鏈 S、Z形 歸屬函數		一階馬可夫鏈 梯形 歸屬函數		Pfeifer and Carraway (未加入模糊理論)		業界常用方法 (2004/3~2004/7 之總利潤)	
		預測值	誤差%	預測值	誤差%	預測值	誤差%	預測值	誤差%	預測值	誤差%
AH16-8-009	508	3451.4	579.42	1085.3	113.64	4739.8	89.28	-613.1	220.69	2696	430.71
AD08-00182	768	3953.7	414.81	1149.5	49.67	5259.2	85.40	-1424	285.42	5406	603.91
AD08-00112	701	3525.2	402.88	1091.9	55.76	5259.2	86.67	-1424	303.14	2173	209.99
AC48	131330	11292	91.40	9144.1	93.04	9593.9	1268.9	2201.5	98.32	13980	89.36
AH09-00764	3068	5584.5	82.02	1444.9	52.90	7366.7	58.35	-56.344	101.84	6777	120.89
AH16-3-004	3269	5132.4	57.00	1495.2	54.26	5259.2	37.84	696.79	78.68	7365	125.30
AH12-00019	3146	4792.2	52.33	1412.1	55.11	4739.8	33.63	360.62	88.54	6725	113.76

伍、結論

一、研究結論

隨著資訊技術的發展，企業與顧客之間的活動關係也日趨複雜且迅速，而企業行銷資源的配置與行銷顧客的抉擇，在激烈的競爭商場中愈形重要，因此如何將資源花在刀口上，並減少行銷預算浪費，顧客價值分析乃成為重要的課題之一。本研究結合模糊理論、馬可夫鏈、和RFM模式，配合折現模式來計算顧客終身價值，其中模糊理論及RFM模型定義顧客之購買狀態，馬可夫鏈則推算顧客在每期購買狀態改變的機率，然後推估出顧客在每期交易的轉換機率，再結合產品的收益與成本資料，算出顧客在各期對公司的利潤貢獻，最後將各期的利潤貢獻折現加總，計算出各種購買狀況下的顧客價值，利用此顧客價值就可指出哪些是對企業有利的顧客。實驗結果發現：(1)以一階馬可夫鏈與三角形歸屬函數之組合在表7與表8中顯示，其所預測得到的結果優於其他方法；(2)由此研究得到之顧客價值可以讓管理者利用市場區隔方式來區分出不同的顧客群，以方便管理者妥善分配行銷資源，減少行銷預算浪費，例如Brown (2000)建議當顧客的價值低於某一門檻值時，企業將不再投入任何努力以保留他們，甚至會積極鼓勵他們離開，以使企業資源更加有效的應用；(3)此研究可以分析個別顧客，例如表9將預測誤差率較大的顧客列出，這些顧客不論用何種方法預測都不準確，其原因是這些顧客的購買行為有明顯的改變，如代號AC48的顧客，前10個月的每月平均購買頻率為1.8次、每次平均利潤為1470元，後5個月的每月平均購買頻率上升至3.6次、每次平均利潤上升至7296元。

二、學術理論意涵

在學術研究方面，尚未有文獻顯示應用模糊馬可夫鏈來計算顧客價值，本研究發現：(1)在模糊歸屬函數方面，三角形歸屬函數的預測力優於S、Z形與梯形歸屬函數，表示利用三角形歸屬函數能實際捕捉到顧客的購買行為，也應證Fukuda et al. (1996)提到均分且對稱的三角形模糊歸屬函數即可有不錯的效果，同時也呼應Yen and Langari (1999)提到簡單的三角形歸屬函數可使系統具有較佳的執行效率；(2)就一階馬可夫鏈而言，若忽略梯型歸屬函數，則將模糊理論加入到模型中的預測效果比沒加入模糊理論有較好的預測能力；(3)馬可夫鏈模型適合於建構顧客關係與計算顧客價值，因為它可以處理顧客於不同購買狀態的移轉，同時也可以應用於預測上，又因為它是一個機率模型，可以用來說明圍繞在顧客關係之不確定性與企業及個別顧客之未來關係；(4)模糊理論可以適度解決資料離散化的問題，例如應用於購買頻率與平均利潤，可以有效地減少資料之計算量。

三、實務界管理意涵

業界常用方法是直接用過去值當作預測值，此方法的誤差率也不大，其原因可能是醫療藥品器材商的顧客為醫院、診所等，其購買行為較為穩定，因此以過去值當作預測

值也有不錯預測能力，但本研究所提的預測方法仍優於業界常用之方法，所以藉由本研究之成果可提供業界：(1)有效地預估每位顧客對其企業之價值與重要性，以作為一對一行銷之依據；(2)將顧客以價值為基礎加以區隔，例如低價值與高價值群，對未來的行銷策略，可將重心放在高價值群上；(3)針對顧客的需求，設計商品或服務以迎合不同顧客群；(4)建立促銷方法與行銷通路的運用，使商品或服務得以更迅速地傳遞給消費者，以提升消費者的滿意度，並達到對同一位客戶持續性地銷售產品或提供服務，進而從該客戶身上來獲取最大的利潤。

四、未來研究方向

(一) 資料方面的限制

雖然資料取得不易，本研究所使用的交易資料涵蓋由2003年10月至2004年12月，共計15個月，包含360個顧客，8個重要屬性（發貨單號、送貨日期、客戶編號、商品編號、單位、成本價、經銷價、經銷數量），11043筆的完整銷售資料。但如果以其中10期資料建立模型，5期資料用以驗證，會造成驗證期間過短，無法檢驗模式的有效性，若是可以取得較多資料，建議以一年、二年或以上的資料來檢驗模式。另外在行銷研究領域因涉及顧客需求層面，其時效性是很重要的關鍵指標，雖然周世玉與蕭登泰(2005)也是使用多年前（2000年5月至2002年11月）的資料實驗，但是取得最近之資料加以驗證，卻是未來研究須努力的目標。

(二) 馬可夫鏈的假設

本研究假設馬可夫鏈移轉機率為穩定的，但事實上移轉機率卻不一定會保持固定值，所以當顧客的購買行為有明顯的改變時，本研究之模型無法準確的預測未來對企業之價值，然而顧客購買行為改變的原因有很多種，可能是顧客本身公司內部政策的改變，也可能是有促銷或減價行銷活動促使銷售大增，反之則因價格回升而銷售量大幅下滑，也有可能是顧客尋找到不同的替代品或更便宜的商品等，但因資料上並非十分完整，故本研究無法確實推知其顧客購買行為大幅改變的原因。

(三) 模糊理論上的限制

在模糊理論中有相當多種模糊歸屬函數，不同的模糊隸屬函數可能會對結果產生不同影響。未來可以試著以其他的歸屬函數實作，或是以其他方式產生，如加入類神經網路或基因演算法等來訓練出歸屬函數。

致謝

國科會補助計畫，NSC 95-2221-E-415-011。



參考文獻

1. 宋家寬，2002，應用貝氏模式與馬可夫鏈於顧客轉移模型之分析，臺灣大學國際企業學研究所碩士論文。
2. 邱宏彬、蘇建源，2004，『一個可彈性支援顧客關係管理與資料庫行銷之模糊RFM Model』，電子商務學報，第六卷·第二期：149~173。
3. 周世玉、蕭登泰，2005，『顧客交易資料庫之探勘—以網路電話公司之非契約型顧客為例』，資訊管理學報，第十二卷·第二期：183~199。
4. 徐村和、林凌仲，2006，『顧客價值為基礎的競爭策略模式—模糊品質機能展開之應用』，管理學報，第二十三卷·第五期：557~579。
5. 高孔廉、張緯良，2000，作業研究，台北：五南圖書出版公司。
6. 陳坤茂，1998，作業研究，台北：華泰文化事業股份有限公司。
7. 陳秋恭，2004，應用模糊類神經網路於穿孔結構之動態訊號分析，成功大學航空太空工程研究所碩士論文。
8. 郭瑞祥、蔣明晃、陳宏毅，2004，『顧客價值分析之隨機模型建立及實證』，管理學報，第二十一卷·第五期：675~692。
9. 閔庭祥，2001，顧客關係管理系統之價值模型建構，中央大學資訊管理所博士論文。
10. 楊清潭，2003，應用資料探勘技術於顧客價值分析之研究，東吳大學資訊管理科學所碩士論文。
11. 葉丁鴻、林義貴、吳炎崑譯，Richard Bronson and Gray Bronson 著，1996，管理數學，台中：滄海書局。
12. 蘇木春、張孝德，2000，機器學習：類神經路、模糊系統以及基因演算法則，台北：全華科技圖書股份有限公司。
13. 蘇育代，2004，行銷策略與消費者行為交互影響之研究—馬可夫鏈理論與數理模式建構之運用，臺北大學企業管理學系碩士論文。
14. Berger, P.D. and Nasr, N.I., "Customer Lifetime Value: Marketing Models and Applications," *Journal of Interactive Marketing* (12:1), 1998, pp.17-30.
15. Bhattacharyya, M., "Fuzzy Markovian Decision Process," *Fuzzy Sets and Systems* (99:3), 1998, pp.273-282.
16. Brown, S.B., *Customer Relationship Management: A Strategic Imperative in the World of E-Business*, John Wiley & Sons Canada Ltd., Ontario, Canada, 2000.
17. Dwyer, R.F., "Customer Lifetime Valuation to Support Marketing Decision Making," *Journal of Direct Marketing* (11:4), 1997, pp.6-13.
18. Etzion, O., Fisher, A., and Wasserkrug, S., "e-CLV: A Modeling Approach for Customer Lifetime Evaluation in e-Commerce Domains, with an Application and Case Study for Online Auction," *Information Systems Frontiers* (7:4), 2005, pp.421-434.

19. Fukuda, T., Morimoto, Y., Morishita, S., and Tokuyama, T., "Mining Optimized Association Rules for Numeric Attributes," *The ACM Sigact-Sigmod-Sigart Symposium on Principles of Database Systems*, Montreal, Quebec, Canada, 1996, pp.182-191.
20. Gupta, S. and Lehmann, D.R., "Customers as Assets," *Journal of Interactive Marketing* (17:1), 2003, pp.9-24.
21. Ha, S.H. and Park, S.C., "Application of Data Mining Tools to Hotel Data Mart on the Intranet for Database Marketing," *Expert Systems with Applications* (15:1), 1998, pp.1-31.
22. Ha, S.H., Bae, S.M., and Park, S.C., "Customer's Time-Variant Purchase Behavior and Corresponding Marketing: An Online Retailer's Case," *Computers and Industrial Engineering* (43:4), 2002, pp.801-820.
23. Hsieh, N., "An Integrated Data Mining and Behavioral Scoring Model for Analyzing Bank Customers," *Expert Systems with Applications* (27:4), 2004, pp.623-633.
24. Hughes, A.M., *Strategic Database Marketing: The Masterplan for Starting and Managing a Profitable Customer-based Marketing Program*, Probus Publishing Company, Cambridge, 1994.
25. Hughes, A.M., "Boosting response with RFM : Recency, Frequency, and Monetary Analysis Finds the Buyers in Your Database," *American Demographics* (5), 1996, pp.4-10.
26. Hwang, H., Jung, T., and Suh, E., "An LTV Model and Customer Segmentation Based on Customer Value: A Case Study on the Wireless Telecommunication Industry," *Expert Systems with Applications* (26:2), 2004, pp.181-188.
27. Jain, D. and Singh, S.S., "Customer Lifetime Value Research in Marketing: A Review and Future Directions," *Journal of Interactive Marketing* (16:2), 2002, pp.34-45.
28. Kaymak, U., "Fuzzy target selection using RFM variables," *IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference*, Vancouver, British, 2001, pp.1038-1043.
29. Kotler, P., Ang, S.H., Leong, S.M., and Tan, C.T., *Marketing Management: An Asian Perspective*, Prentice Hall, Singapore, 1999,.
30. Lee, J.H. and Park, S.C., "Intelligent Profitable Customers Segmentation System Based on Business Intelligence Tools," *Expert Systems with Applications* (29:1), 2005, pp.145-152.
31. Lewis, C.D., *Industrial and Business Forecasting Methods: A practical Guide to Exponential Smoothing and Curve Fitting*, Butterworth Scientific, London, 1982.
32. Miglautsch, R.J., "Thoughts on RFM Scoring," *Journal of Database Marketing* (8:1), 2000, pp.67-72.
33. Pfeifer, P.E. and Carraway, R.L., "Modeling Customer Relationships as Markov Chains," *Journal of Interactive Marketing* (14:2), 2000, pp.43-55.
34. Stone, B., *Successful Direct Marketing Methods*, NTC Business Books, Lincolnwood, IL, 1995.
35. Swami, S., Puterman, M.L., and Weinberg, C.B., "Play It Again, Sam? Optimal Replacement Policies for a Motion Picture Exhibitor," *Manufacturing and Service*

- Operations Management* (3:4), 2001, pp.369-386.
36. Shin, H.W. and Sohn, S.Y., "Segmentation of Stock Trading Customers According to Potential Value," *Expert Systems with Applications* (27:1), 2004, pp.27-33.
 37. Tsai, C.Y. and Chiu, C.C., "A Purchase-based Market Segmentation Methodology," *Expert Systems with Applications* (27:2), 2004, pp.265-276.
 38. Wang, H. and Hong, W., "Managing Customer Profitability in a Competitive Market by Continuous Data Mining," *Industrial Marketing Management* (35:6), 2006, pp.715-723.
 39. Wedel, S. and Kamakura, W., *Market segmentation: Conceptual and methodological foundations*, Kluwer, Boston, 1997.
 40. Yang, A.X., "How to Develop New Approaches to RFM Segmentation," *Journal of Targeting, Measurement and Analysis for Marketing* (13:1), 2004, pp.50-60.
 41. Yen, J. and Langari, R., *Fuzzy Logic Intelligence Control and Information*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 1999.

