

使用模糊分割自概念層級架構中找出關聯規則

胡宜中

中原大學企業管理學系

摘要

關聯規則可輔助管理者進行行銷策略與商場架位之規畫，然而大部份的探勘方法均僅針對實體項目或商品進行分析。有別於僅在單一層級中找出關聯規則，以及考量由使用者感認與主觀判斷所產生的認知不確定性，本研究的目的是在於使用模糊分割，以提出一個可自概念層級架構中找出模糊關聯規則的方法。所提出之方法主要是由兩階段所組成：在第一階段中依據層級架構將資料項目做適當的抽象化，並找出高頻的模糊格；而在第二階段中係由高頻模糊格進一步產生多層級模糊關聯規則。其特色在於使用表格結構以存放高頻模糊格，且高頻模糊格與多層級模糊關聯規則均為使用布林運算所產生。本文亦探討所提出方法在不同的資料庫大小與相關參數設定下，對執行時間與關聯規則之產生所造成的影響。實驗結果顯示所提出方法可有效提升執行效率。

關鍵字：模糊集合、關聯規則、資料探勘、概念層級架構、決策支援

Mining association rules at a concept hierarchy using fuzzy partition

Yi-Chung Hu

Department of Business Administration, Chung Yuan Christian University

Abstract

Association rules can help managers to plan marketing or design store layouts. However, many methods are developed by analyzing the relationships among data items at a single level. Since cognitive uncertainty arising from human perception, cognition and subject judgment should be taken into account, in this paper, a new method is proposed to mine multiple-level fuzzy association rules among data items at a concept hierarchy, using fuzzy partition by a simple fuzzy grid. The proposed method primarily consists of two phases: one to find frequent fuzzy grids at each level, and the other to generate multiple-level fuzzy association rules from those frequent patterns. The main feature of the proposed method is to employ the table structure to store frequent fuzzy grids. In particular, both frequent fuzzy grids and multiple-level fuzzy association rules can be efficiently generated by applying the Boolean operations on the table structure. To understand the impact of the proposed method on the execution time and the number of generated association rules, the experiments are performed by using different sizes of databases and thresholds. The experimental results demonstrate the proposed method is efficient.

Keywords: Fuzzy sets; Association rules; Data mining; Concept hierarchy; Decision support

壹、概論

探勘關聯規則 (association rules) 的目的是要由資料中找出項目 (items) 之間所存在的關聯性，而此一關聯性可反應出當出現某些項目時，則意味著某些其他項目也將出現 (Han and Kamber, 2001)。例如在電腦量販店的交易紀錄中，「若顧客購買一台桌上型電腦，則有可能也會同時購買一台雷射印表機」的關聯規則或許會被發掘出來。關聯規則也因此可輔助管理者了解那些項目是有可能會被經常同時購買的，這亦有助於行銷策略的規畫 (Berry and Linoff, 1997; Han and Kamber, 2001)。

著名的 Apriori 演算法 (Agrawal et al., 1996) 係使用兩階段方式自資料庫中找出關聯規則：第一階段係找出所有的高頻項目集 (frequent itemsets)，而在第二階段中，則使用高頻項目集產生有效的 (effective) 關聯規則。在 Apriori 演算法中，每一個項目被視為一布林變數 (Boolean variable)，而支持度 (support) 與信賴度 (confidence) (Han and Kamber, 2001) 則分別評量了關聯規則的有用程度與可信賴的程度。基於 Apriori 演算法，在單一層級中找出關聯規則的方法已陸續被提出；例如，Srikant 與 Agrawal (1996) 提出 partial completeness 做為探勘關聯規則的準則；Fukuda et al. (1996) 以及 Rastogi 與 Shim (1999) 提出探勘最佳化關聯規則的方法；而 Wur 與 Leu (1999) 提出一個稱為布林演算法的有效方法；Agrawal et al. (1998) 則以一個稱為 CLIQUE 的有效方法，將可量化屬性上的每一個分割視為一項目集，並在空間上找出資料群聚之處。此外，Bradley et al. (2002) 與 Han et al. (2000) 係針對大型資料庫發掘關聯規則。Liu et al. (1998, 1999, 2003) 所發展的方法則以關聯為基礎並對資料進行分類。

對一個決策問題而言，需要考量由使用者感認 (perception) 與主觀判斷所產生的認知不確定性 (cognitive uncertainty)。Zadeh (1965) 所提出之模糊理論正可以用來處理包含 vagueness 與 ambiguity 的認知不確定性 (Yuan and Shaw, 1995)。由於以語意變數 (linguistic variables) 與語意值 (linguistic values) (Zadeh, 1975a, 1975b, 1976) 所加以描述之模糊概念較符合決策者在主觀上的認知，有助於決策分析之進行，因此近來模糊資料探勘技術也成為一個重要的研究課題。

實際上，在資料項目的描述上，除了實體名稱 (例如福樂2 公升裝鮮乳) 的敘述外，資料項目間其實也存在著可加以抽象歸類的概念層級架構 (concept hierarchy)。這表示在較高層級 (high-level) 上找尋項目間的關聯性是有其必要性的 (Han and Kamber, 2001)。Han 與 Fu (Han and Fu, 1995) 曾提出類似圖 1 所顯示有關食品的概念層級架構。在圖 1 中所顯示的是一個具有四個層級且為樹狀結構的概念層級架構，而層級編號由最頂層的 Level 0 (the most general abstraction level) 開始，直到產品的實體名稱所位於的最低層級 Level 3 (the most specific abstraction level)，而層級愈高在名稱上就愈廣泛化 (general)；例如，在 Level 1 的 “bread” 是 Level 2 的 “white” 與 “wheat” 的廣泛化概念。此外，由根節點出發到達最低層級的某一節點形成一條具有

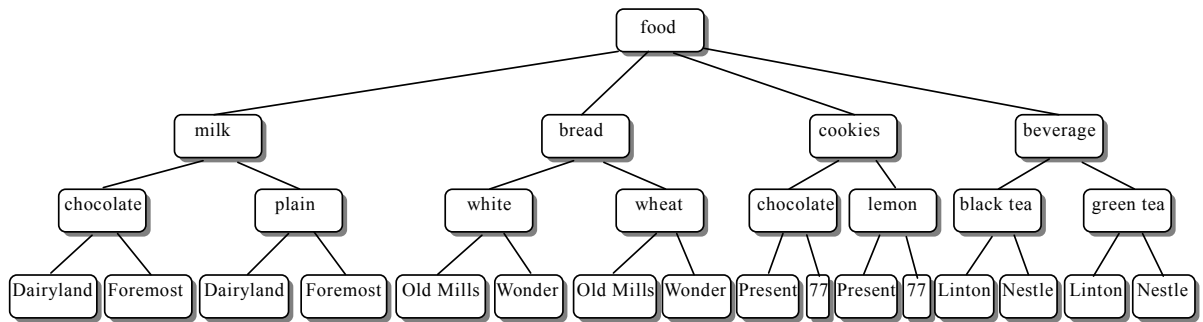


圖 1：有關食品的概念層級架構

父子關係的路徑；例如，“white”為“bread”的繼承者，而“Old Mills”又為“white”的繼承者。有關多層級關聯規則的探勘，Han 與 Kamber (2001) 以及 Han 與 Fu (1995) 均曾提出相關的非模糊 (non-fuzzy) 方法。Hong et al. (2003a, 2003b) 則提出探勘多層級模糊關聯規則的有效方法，然而，此方法對每一個量化屬性僅選取具有最大 cardinality 的模糊集合（亦即所有資料隸屬於此模糊集合的程度總和為最大），因此很有可能忽略了一些對決策者而言是潛在有用的模糊集合。

基於概念層級架構，本研究提出一個模糊資料探勘方法，將架構中的每一個節點視為一語意變數，並對每個語意變數以適當數量的語意值加以分割後，以由資料中找出跨層級 (level crossing) 且可以自然語言加以解釋之多階層模糊關聯規則。所提出之方法主要是由兩階段所組成：在第一階段中依據層級架構將資料做適當的抽象化，並找出跨層級的高頻模糊格；而在第二階段中係由高頻模糊格進一步產生多層級模糊關聯規則。以 Wur 與 Leu (1999) 所提出之布林表格結構與布林運算為基礎，所提出之方法之特色亦在於使用表格結構儲存高頻模糊格，並使用布林運算找出高頻模糊格與多層級模糊關聯規則。

本文其他章節安排如下：第二節簡單的介紹模糊分割，第三節為所提出方法之細部描述。為說明所提出方法之有用性，第四節使用一個數值例來簡要說明找出多層級模糊關聯規則的過程；而第五節係以實驗說明在不同的資料庫大小與 min FS 設定下，對所提出方法所造成的影響。最後以第六節的結論結束本文。

貳、模糊分割

模糊語意變數(linguistic variables)的概念係由 Zadeh(1975a,1975b,1976) 所提出。在本研究中，每一個量化屬性被視為一語意變數，而一個語意變數的值可以由自然語言 (natural language) 的型式加以表達。模糊分割係就每個語意變數以其所給予之語意值加以分割。例如， {Hot, Mild, Cold} 可以用來分割溫度。在模糊分割下，輸入空間上將產生單純模糊格 (simple fuzzy grids) (Ishibuchi et al., 1999)；這也就是使用模糊分割後所得到的結果。如圖 2 所示，在一個二維空間上由於在 x_1 與 x_2 上分別定義了三個語意值，因此共有 9 個模糊格產生，其中的陰影區域則是對應於模糊格 (A_{11}, A_{23})。

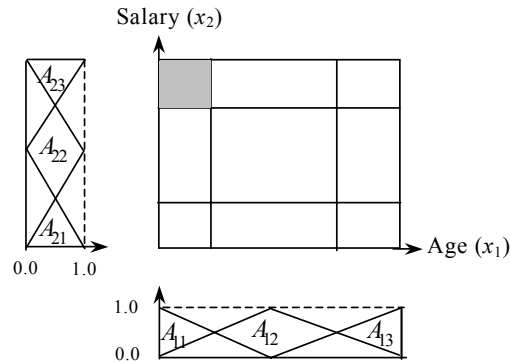


圖 2：9 個模糊格的產生

模糊分割已廣泛應用於圖形識別與模糊推理上 (Hu et al., 2003a; Ishibuchi et al., 1992, 1995, 1999; Wang and Mendel, 1992)；在 (Sun, 1994) 與 (Bezdek, 1981) 中對各種可能的模糊分割亦有詳細的討論。三角形與梯形函數通常被使用為語意值的隸屬函數 (membership function) (Jang et al., 1997)。在所提出方法中，為簡化起見，對稱三角形函數被用以描述各語意值。本研究將屬性上每一個語意值稱為一維模糊格 (1-dim fuzzy grid)。例如 A_{11} 即為一維模糊格；而 (A_{11}, A_{23}) 則是由 A_{11} 與 A_{23} 兩個一維模糊格所產生的二維模糊格。特別的，當一個語意值在尚未檢驗其是否為高頻前，則將其稱為候選 (candidate) 一維模糊格。就語意值 A_{ij} 而言，可將其隸屬函數以下式表示：

$$\mu_{ij}(x) = \max\left\{1 - \frac{|x - a_j|}{b^{K_i}}, 0\right\} \tag{1}$$

且

$$a_j = \frac{mi + (ma - mi)(j - 1)}{K_i - 1} \tag{2}$$

$$b^{K_i} = \frac{(ma - mi)}{K_i - 1} \tag{3}$$

其中， ma 與 mi 分別為就 x_i 所定義的最大與最小屬性值，而 K_i 為第 i 個語意變數上的語意值個數。以圖 2 為例， K_1 與 K_2 均為 3。

參、所提出之方法

如之前所提及，高頻模糊格與多層級模糊關聯規則的產生是所提出方法主要的兩個階段。除根節點外，層級架構中的各節點也必須編碼轉換為一串序列，而交易記錄依此產生編碼交易表 (encoded transaction tables)。以下，第一節係針對編碼交易資料表的產生進行說明。第二與第三小節則分別介紹所提出方法的兩個階段。而演算法的虛擬碼 (pseudo code) 則詳述於第四節。最後以綜整的架構圖說明所提出方法的執行步驟。

一、產生編碼交易表

若一個層級架構有 r 個層級，則各節點將會被編碼為一串長度為 $r-1$ 的序列。當某節點位於 Level i 時，則此節點會被轉換為 $c_1c_2 \dots c_{i-1} c_i ** \dots *$ ，其中 $i \leq r-1$ ，且 $*$ 的個數為 $r-i-1$ 。 c_l ($l = 1, 2, \dots, i$) 為一整數，其值係由親代節點 (parent node) 的分支狀況加以判斷。以圖 1 的層級架構而言，因其 r 為 4，故各節點的編碼序列長度為 3。又 “beverage” 與 “lemon” 分別為根節點與 “cookies” 的第四與第二個分支；因此，“beverage” 與 “lemon cookies” 將分別被編碼為 “4**” 與 “32*”

表 1：Level 3 的編碼交易表

TID	Items
t_1	(111, 1) (112, 4) (211, 4) (212, 6) (311, 7) (421, 7)
t_2	(111, 3) (112, 3) (121, 1) (221, 5) (222, 3) (321, 4) (322, 4)
t_3	(211, 7) (221, 8) (312, 5) (322, 7)
t_4	(111, 2) (211, 5) (312, 5)
t_5	(211, 5) (222, 4)
t_6	(111, 3) (112, 10) (411, 3) (412, 9)

表 2：Level 2 的編碼交易表

TID	Items
t_1	(11*, 5) (21*, 10) (31*, 7) (42*, 7)
t_2	(11*, 6) (12*, 1) (22*, 8) (32*, 8)
t_3	(21*, 7) (22*, 8) (31*, 5) (32*, 7)
t_4	(11*, 2) (21*, 5) (31*, 5)
t_5	(21*, 5) (22*, 4)
t_6	(11*, 13) (41*, 12)

表 3：Level 1 的編碼交易表

TID	Items
t_1	(1**, 5) (2**, 10) (3**, 7) (4**, 7)
t_2	(1**, 7) (2**, 8) (3**, 8)
t_3	(2**, 15) (3**, 12)
t_4	(1**, 2) (2**, 5) (3**, 5)
t_5	(2**, 9)
t_6	(1**, 13) (4**, 12)

一個在 (Hong et al., 2003a) 被使用的編碼交易表如表 1 所示。此為對應於最低層級的編碼交易表，是為顧客實際交易的記錄。每一筆交易是由項目及其購買數量所組成；例如在 t_3 中，(211, 7) 代表 7 單位的 “Old Mills white bread” 被購買。為了產生

Level 2 與 Level 1 的一維模糊格，表 1 會被一般化為表 2 與表 3。例如在表 3 的 t_5 中，(2**, 9) 代表 9 單位的 “bread” 被購買。對於 Level i 而言，由於每一項目的購買量為一量化屬性，因此量化屬性與項目的個數是相等的。例如，“milk”、“bread”、“cookies” 與 “beverage” 是 Level 1 的 4 個項目，因此 x_1^1 、 x_2^1 、 x_3^1 與 x_4^1 等 4 個量化屬性，會被分別做為 4 個項目的購買量。

二、找出高頻模糊格

假設每個語意變數上的語意值個數為 θ ，且在 Level i 的量化屬性個數為 d^i ($i \geq 1$)。因此，一個候選模糊格的最大維度是為 $\prod_{j=1}^{r-1} d^j$ 。若以 $x_m^{\alpha_m}$ 代表 Level α_m 的第 m 個量化屬性，以 $A_{m_i}^{\alpha_m}$ 代表在 $x_m^{\alpha_m}$ 的 θ 個語意值中的第 i_m 個 ($1 \leq i_m \leq \theta, 1 \leq m \leq d^{\alpha_m}$) 語意值，則對於一個候選 k 維模糊格 ($A_{i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{ki_k}^{\alpha_k}$) 而言，第 p 筆資料 t_p 對於此模糊格之相容程度 (degree of compatibility) 為 $\mu_{i_1}^{\alpha_1}(t_{p_1}^{\alpha_1}) \times \mu_{2i_2}^{\alpha_2}(t_{p_2}^{\alpha_2}) \times \dots \times \mu_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}(t_{p_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}) \times \mu_{ki_k}^{\alpha_k}(t_{p_k}^{\alpha_k})$ ，其中 $t_{p_m}^{\alpha_m}$ 為 t_p 在 $x_m^{\alpha_m}$ 的屬性值，且 $\mu_{mi_m}^{\alpha_m}$ 為 $A_{mi_m}^{\alpha_m}$ 的隸屬函數。 $(A_{i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{ki_k}^{\alpha_k})$ 的模糊支持度 (fuzzy support) (Hu et al., 2003b; Ishibuchi et al. 2001) 係定義如下：

$$FS(A_{i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{ki_k}^{\alpha_k}) = \frac{\prod_{p=1}^n \mu_{i_1}^{\alpha_1}(t_{p_1}^{\alpha_1}) \times \mu_{2i_2}^{\alpha_2}(t_{p_2}^{\alpha_2}) \times \dots \times \mu_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}(t_{p_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}) \times \mu_{ki_k}^{\alpha_k}(t_{p_k}^{\alpha_k})}{n} \quad (4)$$

其中 n 為交易資料總數，且 “ \times ” 為代數乘法 (algebraic product)，為一模糊交集運算元 (fuzzy intersection operator) (Pedrycz and Gomide, 1998)。當 $FS(A_{i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{ki_k}^{\alpha_k})$ 大於或等於使用者所給予之最小模糊支持度時 (minimum support, min FS)，則稱此模糊格為一高頻 k 維模糊格。這表示在 $A_{i_1}^{\alpha_1}$ 、 $A_{2i_2}^{\alpha_2}$ 、 \dots 、 $A_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}$ 與 $A_{ki_k}^{\alpha_k}$ 之間存在著較強的關聯，且 “ $x_1^{\alpha_1}$ is $A_{i_1}^{\alpha_1}$ 且 \dots 且 $x_k^{\alpha_k}$ is $A_{ki_k}^{\alpha_k}$ ” 是以較高頻率發生的模糊格。模糊支持度的概念類似於 “集群定義規則” (clusters define rules) (Kosko, 1992)；亦即，當一個模糊格的模糊支持度大於零時，可能由此模糊格產生出模糊規則。當然，一個高頻模糊格就是一個模糊語意值組合。藉由檢視模糊支持度，我們可以決定那些模糊格是比較有價值的，而且可做進一步的分析。通常當 min FS 愈大，則所產生的高頻模糊格也就愈少。

Wur 與 Leu (1999) 曾提出有效率的布林演算法，以布林表格結構儲存項目集，並使用布林運算產候選、高頻項目集，以及關聯規則。本研究以布林表格結構為基礎提出表格 FGTTFS，亦使用相同的布林運算於 FGTTFS 以產生候選或高頻模糊格。FGTTFS 係由以下資料結構所組成：

(a) 模糊表格 (Fuzzy grid table, FG)：FG 的每一列對應一個模糊格，且每一行對應

- 一個語意值。FG 為一「二值」 (binary-valued) 的表格，且初始僅有候選一維模糊格被存放。
- (b) 交易表格 (Transaction table, TT) : TT 的每一列對應一個模糊格，且每一行對應一筆交易記錄。TT 係存放交易記錄對模糊格的相容程度。
 - (c) 模糊支持度表格 (Fuzzy support table, FS) : FS 的每一列對應一個模糊格。FS 係存放模糊格的模糊支持度

表 4 : FGTTFS 的範例

Fuzzy grid	FG								TT		FS
	A_{11}^1	A_{12}^1	A_{21}^1	A_{22}^1	A_{11}^2	A_{12}^2	A_{21}^2	A_{22}^2	t_1	t_2	
A_{11}^1	1	0	0	0	0	0	0	0	$\mu_{11}^1(t_1)$	$\mu_{11}^1(t_2)$	FS(A_{11}^1)
A_{12}^1	0	1	0	0	0	0	0	0	$\mu_{12}^1(t_1)$	$\mu_{12}^1(t_2)$	FS(A_{12}^1)
A_{21}^1	0	0	1	0	0	0	0	0	$\mu_{21}^1(t_1)$	$\mu_{21}^1(t_2)$	FS(A_{21}^1)
A_{22}^1	0	0	0	1	0	0	0	0	$\mu_{22}^1(t_1)$	$\mu_{22}^1(t_2)$	FS(A_{22}^1)
A_{11}^2	0	0	0	0	1	0	0	0	$\mu_{11}^2(t_1)$	$\mu_{11}^2(t_2)$	FS(A_{11}^2)
A_{12}^2	0	0	0	0	0	1	0	0	$\mu_{12}^2(t_1)$	$\mu_{12}^2(t_2)$	FS(A_{12}^2)
A_{21}^2	0	0	0	0	0	0	1	0	$\mu_{21}^2(t_1)$	$\mu_{21}^2(t_2)$	FS(A_{21}^2)
A_{22}^2	0	0	0	0	0	0	0	1	$\mu_{22}^2(t_1)$	$\mu_{22}^2(t_2)$	FS(A_{22}^2)

表 5 : 在 FG 與 FS 新增資料

Fuzzy grid	FG								FS
	A_{11}^1	A_{12}^1	A_{21}^1	A_{22}^1	A_{11}^2	A_{12}^2	A_{21}^2	A_{22}^2	
A_{11}^1	1	0	0	0	0	0	0	0	FS(A_{11}^1)
A_{12}^1	0	1	0	0	0	0	0	0	FS(A_{12}^1)
A_{21}^1	0	0	1	0	0	0	0	0	FS(A_{21}^1)
A_{22}^1	0	0	0	1	0	0	0	0	FS(A_{22}^1)
A_{11}^2	0	0	0	0	1	0	0	0	FS(A_{11}^2)
A_{12}^2	0	0	0	0	0	1	0	0	FS(A_{12}^2)
A_{21}^2	0	0	0	0	0	0	1	0	FS(A_{21}^2)
A_{22}^2	0	0	0	0	0	0	0	1	FS(A_{22}^2)
(A_{11}^1, A_{21}^1)	1	0	1	0	0	0	0	0	FS(A_{11}^1, A_{21}^1)

表 4 為 FGTTFS 的簡單例。可以看到共有兩筆交易記錄 t_1 與 t_2 (i.e., $n = 2$)，另外在 Level 1 與 Level 2 各有兩個屬性 (i.e., $K = 2$)，分別是 x_1^1 與 x_2^1 以及 x_1^2 與

x_2^2 。由於 FG 為一二元值 (binary-valued) 的表格，因此 “OR” 運算會被使用於 FG 的列間運算以產生新的模糊格。例如，若 A_{11}^1 與 A_{21}^1 均為高頻模糊格，則 FG 的第一列 (i.e., FG[1]) 與第三列 (i.e., FG[3]) 分別為 (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) 與 (0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0)；因此，FG[1] OR FG[3] 為 (1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0)，且對應於候選二維模糊格 (A_{11}^1, A_{21}^1)。由式 (4)，可利用 TT[1] 與 TT[3] 計算 $[\mu_{11}^1(t_{11}^1) \times \mu_{21}^1(t_{21}^1) + \mu_{11}^1(t_{21}^1) \times \mu_{21}^1(t_{11}^1)] \times \frac{1}{2}$ 以得到 FS(A_{11}^1, A_{21}^1)。與 min FS 相較，若 (A_{11}^1, A_{21}^1) 為高頻模糊格，則如表 5 所示，將 (A_{11}^1, A_{21}^1) 與 FS(A_{11}^1, A_{21}^1) 加入 FG 與 FS 中成為新的一列。TT 則不需要任何異動。

此外，定義在相同屬性上或是屬性間具有父子關係的一維模糊格，均不可包含在同一個 k 維 ($k \geq 2$) 模糊格之中。因此對前者而言，(1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0) 與 (0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, 0) 不被接受；對後者而言，若 x_1^1 與 x_1^2 具有父子關係，則 (1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0) 與 (1, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0) 亦不被接受。然而，由於跨層級的特性，因此一個模糊格是有可能包含在不同層級的一維模糊格的；例如，(A_{12}^1, A_{22}^2) 為一合法的二維模糊格。

類似於 Apriori 演算法產生候選項目集，一個候選 k 維 ($k \geq 3$) 模糊格 ($A_{1i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{ki_k}^{\alpha_k}$) 係由 ($A_{1i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{k-2i_{k-2}}^{\alpha_{k-2}}, A_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}$) 與 ($A_{1i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{k-2i_{k-2}}^{\alpha_{k-2}}, A_{ki_k}^{\alpha_k}$) 兩個高頻 ($k-1$) 維模糊格所產生。此時兩個高頻模糊格有共同的 ($k-2$) 個一維模糊格 (i.e., $A_{1i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{k-2i_{k-2}}^{\alpha_{k-2}}$)。例如，若 (A_{12}^1, A_{21}^1) 與 (A_{12}^1, A_{22}^2) 為高頻二維模糊格，則因兩者有共同的 1 個一維模糊格 A_{12}^1 ，因此產生一個候選三維模糊格 ($A_{12}^1, A_{21}^1, A_{22}^2$)。當然， A_{12}^1 、 A_{21}^1 與 A_{22}^2 亦均為高頻模糊格。

在實作上，若 FG[u] 與 FG[v] 分別對應於某一高頻 ($k-1$) 維模糊格，且有 k 個整數 e_1, e_2, \dots, e_{k-1} 與 e_k ($1 \leq e_1 < e_2 < \dots < e_{k-1} < e_k \leq \frac{r-1}{d^j}$) 使得 FG[u, e_1] = ... = FG[u, e_{k-2}] = FG[u, e_{k-1}] = 1 and FG[v, e_1] = ... = FG[v, e_{k-2}] = FG[v, e_k] = 1 成立，則可使用 FG[u] 與 FG[v] 產生新的模糊格。在第一階段最後，FG 僅存放高頻模糊格。

三、產生多層級模糊關聯規則

設 ($A_{1i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{\beta-1i_{\beta-1}}^{\alpha_{\beta-1}}, A_{\beta i_{\beta}}^{\alpha_{\beta}}, A_{\beta+1i_{\beta+1}}^{\alpha_{\beta+1}}, \dots, A_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{ki_k}^{\alpha_k}$) 為一高頻模糊格，則多層級模糊關聯規則將以下型式的 R_1 或 R_2 產生：

$$R_1: (A_{1i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{\beta-1i_{\beta-1}}^{\alpha_{\beta-1}}, A_{\beta i_{\beta}}^{\alpha_{\beta}}) \heartsuit (A_{\beta+1i_{\beta+1}}^{\alpha_{\beta+1}}, \dots, A_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{ki_k}^{\alpha_k}) \text{ with FC}(R_1), 1 \leq \beta \leq k \quad (5)$$

$$R_2: (A_{\beta+1i_{\beta+1}}^{\alpha_{\beta+1}}, \dots, A_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{ki_k}^{\alpha_k}) \heartsuit (A_{1i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{\beta-1i_{\beta-1}}^{\alpha_{\beta-1}}, A_{\beta i_{\beta}}^{\alpha_{\beta}}) \text{ with FC}(R_2), 1 \leq \beta \leq k \quad (6)$$

其中 FC(R_1) 與 FC(R_2) 分別為 R_1 與 R_2 的模糊信賴度。 R_1 是由 ($A_{1i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{\beta-1i_{\beta-1}}^{\alpha_{\beta-1}}, A_{\beta i_{\beta}}^{\alpha_{\beta}}$) 與 ($A_{1i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{ki_k}^{\alpha_k}$) 兩個高頻模糊格所產生，而 R_2 則是由 ($A_{\beta+1i_{\beta+1}}^{\alpha_{\beta+1}}, \dots, A_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{ki_k}^{\alpha_k}$) and ($A_{1i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{k-1i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{ki_k}^{\alpha_k}$) 兩個高頻模糊格所產生。“ \heartsuit ” 的左邊與右邊分別代表規則的前鑑部 (antecedence) 與後鑑部 (consequence)。 R_1 可解釋為：若 $x_1^{\alpha_1}$ 是

$A_{1i_1}^{\alpha_1}$ 且 $x_2^{\alpha_2}$ 是 $A_{2i_2}^{\alpha_2}$ 且...且 $x_\beta^{\alpha_\beta}$ 是 $A_{\beta i_\beta}^{\alpha_\beta}$ ，則 $x_{\beta+1}^{\alpha_{\beta+1}}$ 是 $A_{\beta+1 i_{\beta+1}}^{\alpha_{\beta+1}}$ 且...且 $x_k^{\alpha_k}$ 是 $A_{k i_k}^{\alpha_k}$ ，而 R_2 可以類似的方式加以解釋。

FC(R_1) 與 FC(R_2) 分別定義如下：(Hu et al., 2003b; Ishibuchi et al. 2001)

$$FC(R_1) = \frac{FS(A_{1i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{k-1 i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{k i_k}^{\alpha_k})}{FS(A_{1i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{\beta-1 i_{\beta-1}}^{\alpha_{\beta-1}}, A_{\beta i_\beta}^{\alpha_\beta})} \quad (7)$$

$$FC(R_2) = \frac{FS(A_{1i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{k-1 i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{k i_k}^{\alpha_k})}{FS(A_{\beta+1 i_{\beta+1}}^{\alpha_{\beta+1}}, A_{\beta+2 i_{\beta+2}}^{\alpha_{\beta+2}}, \dots, A_{k-1 i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{k i_k}^{\alpha_k})} \quad (8)$$

若 FC(R_1) 或 FC(R_2) 大於或等於使用者所定義之最小模糊信賴度時 (minimum confidence, min FC)，則稱 R_1 或 R_2 為有效的多層級模糊關聯規則。通常當 min FC 愈大，則所產生的規則也就愈少。至於 R_1 與 R_2 的模糊支持度 FS(R_1) 與 FS(R_2) 則可定義為 FS($A_{1i_1}^{\alpha_1}, A_{2i_2}^{\alpha_2}, \dots, A_{k-1 i_{k-1}}^{\alpha_{k-1}}, A_{k i_k}^{\alpha_k}$)。因此一個有效的 (effective or strong) 多層級模糊關聯規則對決策者較為有用的資訊，且其模糊支持度與模糊信賴度將分別大於或等於 min FS 與 min FC。min FS 與 min FC 兩者均可由使用者依其主觀偏好或過去的使用經驗加以設定。

在實作上，布林運算仍然被使用為 FG 的列間運算以產生模糊規則。若 FG[u] AND FG[v] 與 FG[u] 相等，則對應於 FG[u] 與 FG[u] XOR FG[v] 的高頻模糊格分別為規則的前鑑部與後鑑部。例如，若 FG[u] 與 FG[v] 分別為 (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) 與 (1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0)，則 FG[u] AND FG[v] 與 FG[u] 相等。因此，分別對應 (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0) 與 (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0) 的高頻模糊格 $A_{1i_1}^1$ 與 $A_{2i_2}^2$ ，是分別為模糊規則的前鑑部與後鑑部。接著，以式 (7) 計算 FC($A_{1i_1}^1 \heartsuit A_{2i_2}^2$) 並與 min FC 相比較以決定此一規則是否為有效。

四、演算法

以下係就所提出方法之演算法與架構進行詳述。

演算法：使用模糊分割在概念層級架構上找出關聯規則

輸入： a. 包含 n 筆交易記錄的資料表格； b. min FS； c. min FC； d. 由使用者所定義的概念層級架構； e. 每個語意變數上的語意值個數， θ 。

輸出：多層級模糊關聯規則集

方法：

第一階段：找出高頻模糊格

Step 1. 對每一層級產生編碼交易表

Step 2. 執行模糊分割

Step 3. 產生初始 FGTTFS

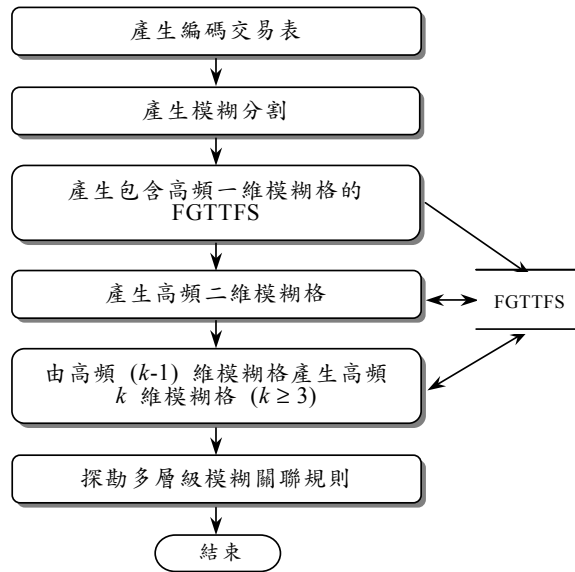


圖 3：所提出方法之架構圖

- Step 4. 在 FGTTFS 保留高頻一維模糊格
- Step 5. 設定 $k=1$
- Step 6. 設定 $k=k+1$ 。若僅有一個或沒有高頻 $(k-1)$ 維模糊格產生，則執行第二階段。初始，任何對應於高頻 $(k-1)$ 維模糊格的列均尚未配對
- Step 7. 若存在對應於高頻 $(k-1)$ 維模糊格，但尚未配對的列(設為 $FG[u]$ 與 $FG[v]$ ，但 $u \neq v$)，則執行下一步；否則執行 Step 6
- Step 8. 若 $k=2$ ，則設定 $e_1 = u$ 、 $e_2 = v$ 、 $c = (FG[u] \text{ OR } FG[v])$ ，且執行 Step 10；否則執行下一步
- Step 9. 檢查兩個高頻 $(k-1)$ 維模糊格是否有共同的 $(k-2)$ 個一維模糊格
若對應於 $FG[u]$ 與 $FG[v]$ 的高頻 $(k-1)$ 維模糊格，沒有共同的 $(k-2)$ 個一維模糊格，則執行 Step 7；否則設定 $c = (FG[u] \text{ OR } FG[v])$ ，且執行下一步。亦即，檢查是否有 k 個整數 e_1, e_2, \dots, e_{k-1} 與 e_k ($1 \leq e_1 < e_2 < \dots < e_{k-1} < e_k \leq \frac{r-1}{d^j}$) 使得 $FG[u, e_1] = \dots = FG[u, e_{k-2}] = FG[u, e_{k-1}] = 1$ and $FG[v, e_1] = \dots = FG[v, e_{k-2}] = FG[v, e_k] = 1$ 成立
- Step 10. 檢查是否有任意兩個一維模糊格定義在相同的屬性上
對 c 而言，若有任意兩個一維模糊格定義在相同的屬性上，則將 c 捨棄，且執行 Step 7；否則執行下一步
- Step 11. 檢查是否有屬性間具有父子關係的一維模糊格
對 c 而言，若有屬性間具有父子關係的一維模糊格，則將 c 捨棄，且執行 Step 7；否則執行下一步
- Step 12. 由 $TT[e_1]$ 、 $TT[e_2]$ 、 \dots 、 $TT[e_k]$ 計算 $FS(c)$ 。若 $FS(c) \geq \min FS$ ，則將 $(FG[u] \text{ OR } FG[v])$ 與 $FS(c)$ 分別加入 FG 與 $FS(c)$ 中；否則將 c 捨棄。繼續執行 Step 7

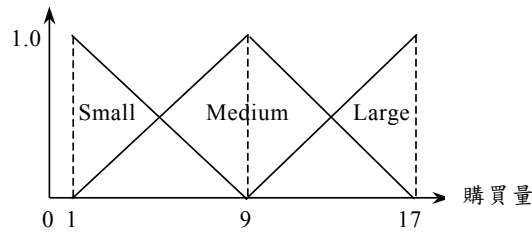


圖 4：在每個屬性上所定義的語意值

第二階段：產生多層級模糊關聯規則

Step 1. 設定多層級模糊關聯規則集 $S = \emptyset$ 。初始，任何對應於高頻模糊格的列均尚未配對

Step 2. 若存在對應於高頻模糊格，但尚未配對的列(設為 $FG[u]$ 與 $FG[v]$ ，但 $u < v$)，則執行下一步；否則停止執行第二階段

Step 3. 找出模糊關聯規則的前鑑部與後鑑部

若 $(FG[u] \text{ AND } FG[v]) = FG[u]$ ，則對應於 $FG[u]$ 與 $(FG[u] \text{ XOR } FG[v])$ 的高頻模糊格分別為一條規則的前鑑部與後鑑部

Step 4. 計算 $FC(R)$ 。若 $FC(R) \geq \min FC$ ，則將此一有效規則加入 S 中。繼續執行 Step 2

至於所提出方法之架構圖則如圖 3 所示。其中的有向邊代表資料由 FGTTFS 提取或存放資料於 FGTTFS。

肆、範例

本節所使用之範例係使用在圖 1 之層級架構圖與表 1、2 與 3 的編碼交易表。在此假設使用者將 $\min FS$ 與 $\min FC$ 分別設定為 0.290 與 0.580。以下依據圖 3 所示之架構圖，省略複雜的計算，僅就必要的過程進行說明與其所產生的結果。

一、產生高頻模糊格

在各屬性上所使用的三個語意值 (i.e., $\theta = 3$) 及其隸屬函數如圖 4 所示。由於 d^1 、 d^2 與 d^3 分別為 4、8 與 16，因此 $\sum_{j=1}^3 d^j$ 為 28。這表示初始共有 84 個 (i.e., $3 \times (4 + 8 + 16)$) 候選一維模糊格產生。在篩選出高頻一維模糊格後，可得如表 6 所示包含 11 個高頻一維模糊格之 FGTTFS。其中 FG 為一 11×11 的二值矩陣；因此共有 ${}_{11}C_2$ 個對應於高頻一維模糊格的列尚未配對。接著依此產生高頻二維模糊格。

對於二維模糊格的產生，在此以 $FG[2]$ 與 $FG[9]$ 的列間運算為例。在 Step 8，由於 (A_{22}^1, A_{11}^3) 為一候選二維模糊格，因此 A_{22}^1 與 A_{11}^3 不會有共同的一維模糊格；因此設定 e_1 與 e_2 分別為 u 與 v ，且不執行 Step 9。其次， $FG[2] \text{ OR } FG[9]$ 產生了對應於 (A_{22}^1, A_{11}^3) 的 $(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$ 。而在 Step 10 中，因為 A_{22}^1 與 A_{11}^3 分別定義在 x_2^1 與 x_1^3 上，故兩者並未定義在相同的屬性上。此外，在 Step 11 中亦可發現 x_2^1 與 x_1^3 亦不具有父子關係，綜合以上分析可得知 (A_{22}^1, A_{11}^3) 為一合法的模糊

格。在 Step 12 中， $FS(A_{22}^1, A_{11}^3) = 0.328$ 的計算係使用 TT[2] 與 TT[9]。由於 $FS(A_{22}^1, A_{11}^3)$ 大於 $\min FS$ 的緣故，故 (A_{22}^1, A_{11}^3) 為一高頻二維模糊格，因此將 $(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$ 與 0.328 加入 FG 與 FS 中成為新的一列。最後共計產生三個模糊支持度分別為 0.305 、 0.328 與 0.307 的 (A_{22}^1, A_{32}^3) 、 (A_{22}^1, A_{11}^3) 與 (A_{32}^1, A_{11}^3) 的高頻二維模糊格。三個高頻格分別對應於 FG 的第 12、13 與 14 列。

對於三維模糊格的產生，在此以 FG [12] 與 FG [13] 的列間運算為例。首先，由於在 Step 9 中檢查發現存在三個分別為 2、3 與 9 的整數 e_1 、 e_2 與 e_3 ，使得 $FG[12, e_1] = FG[12, e_2] = 1$ 且 $FG[13, e_1] = FG[13, e_3] = 1$ ；這代表 (A_{22}^1, A_{32}^3) 與 (A_{22}^1, A_{11}^3) 有共同的一維模糊格 A_{22}^1 。因此，可使用 $FG[12] \text{ OR } FG[13]$ 產生對應於 $(A_{22}^1, A_{32}^3, A_{11}^3)$ 的 $(0, 1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0)$ 。而在 Step 10 中，因為 A_{22}^1 、 A_{32}^3 與 A_{11}^3 分別定義在 x_2^1 、 x_3^1 與 x_1^3 上，故三者並未定義在相同的屬性上。此外，在 Step 11 中亦可發現 x_2^1 、 x_3^1 與 x_1^3 不具有父子關係，綜合以上分析可得知 $(A_{22}^1, A_{32}^3, A_{11}^3)$ 為一合法的模糊格。在 Step 12 中， $FS(A_{22}^1, A_{32}^3, A_{11}^3) = 0.242$ 的計算係使用 TT[2]、TT[3] 與 TT[9]。然而，由於 $FS(A_{22}^1, A_{32}^3, A_{11}^3)$ 小於 $\min FS$ ，故捨棄 $(A_{22}^1, A_{32}^3, A_{11}^3)$ 。

另就 FG [12] 與 FG [14] 而言，雖然也存在三個分別為 2、3 與 9 的整數 e_1 、 e_2 與 e_3 ；然而，因 $FG[14, e_1] \neq FG[14, e_3]$ ，故無法由 FG [12] 與 FG [14] 產生候選三維模糊格。實際上，沒有任何高頻三維模糊格將會產生，也因此無法繼續產生四維模糊格。接著，將利用以上所產生之高頻模糊格獲取模糊關聯規則。

二、產生多層級模糊關聯規則

為說明有效規則之獲取過程，在此以分別對應於 A_{22}^1 與 (A_{22}^1, A_{32}^3) 的 FG [3] 與 FG [12] 之列間運算為例。由於 $FG[3] \text{ AND } FG[12]$ 與 $FG[3]$ 均為 $(0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ ，因此對應於 $(0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$ 之 A_{22}^1 是為所產生規則 (i.e., $A_{22}^1 \heartsuit A_{11}^3$) 之前鑑部，而另以對應於 $FG[3] \text{ XOR } FG[12]$ (i.e., $(0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$) 之 A_{22}^1 做為所產生規則之後鑑部。 $FC(A_{32}^3 \heartsuit A_{22}^1)$ 計算如下：

表 6：在 FGTTFS 的高頻一維模糊格

Fuzzy Grid	FG							TT						FS
	A_{17}^1	A_{17}^2	A_{17}^3	...	A_{11}^3	A_{31}^3	A_{32}^3	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	
A_{17}^1	1	0	0	...	0	0	0	0.500	0.750	0.000	0.125	0.000	0.500	0.313
A_{22}^1	0	1	0	...	0	0	0	0.875	0.875	0.250	0.500	1.000	0.000	0.583
A_{32}^1	0	0	1	...	0	0	0	0.750	0.875	0.625	0.500	0.000	0.000	0.458
A_{11}^2	0	0	0	...	0	0	0	0.500	0.375	0.000	0.875	0.000	0.000	0.292
A_{12}^2	0	0	0	...	0	0	0	0.500	0.625	0.000	0.125	0.000	0.500	0.292
A_{32}^2	0	0	0	...	0	0	0	0.875	0.000	0.750	0.500	0.500	0.000	0.438
A_{42}^2	0	0	0	...	0	0	0	0.000	0.875	0.875	0.000	0.375	0.000	0.354
A_{32}^2	0	0	0	...	0	0	0	0.750	0.000	0.500	0.500	0.000	0.000	0.292
A_{11}^3	0	0	0	...	1	0	0	1.000	0.750	0.000	0.875	0.000	0.750	0.563
A_{51}^3	0	0	0	...	0	1	0	0.625	0.000	0.250	0.500	0.500	0.000	0.313
A_{52}^3	0	0	0	...	0	0	1	0.375	0.000	0.750	0.500	0.500	0.000	0.354

$$FC(A_{32}^1 \heartsuit A_{22}^1) = \frac{FS(A_{22}^1, A_{32}^1)}{FS(A_{32}^1)} = 0.666$$

由於 $FC(A_{32}^1 \heartsuit A_{22}^1)$ 大於 $\min FC$ ，因此，“ $A_{32}^1 \heartsuit A_{22}^1$ ”為一有效之規則。實際上，將有以下三條有效的多層級模糊關聯規則會被輸出：

1. $A_{32}^1 \heartsuit A_{11}^1$ with $FC(A_{32}^1 \heartsuit A_{11}^1) = 0.670$: 若 *cookies* 的購買為中等量，則 *Dairyland chocolate milk* 的購買為小量；
2. $A_{32}^1 \heartsuit A_{22}^1$ with $FC(A_{32}^1 \heartsuit A_{22}^1) = 0.666$: 若 *cookies* 的購買為中等量，則 *bread* 的購買為中等量；
3. $A_{11}^1 \heartsuit A_{22}^1$ with $FC(A_{11}^1 \heartsuit A_{22}^1) = 0.583$: 若 *Dairyland chocolate milk* 的購買為小量，則 *bread* 的購買為中等量。

管理者可依據這些由交易資料庫中所獲取之多層級模糊關聯規則進行相關之決策活動。

伍、實驗

本實驗係就所提出方法在不同的資料庫大小（包含隨機產生的 10000 與 20000 筆交易記錄）與 $\min FS$ 設定下，探討對執行時間（以秒為單位）與關聯規則之產生所造成的影響。演算法係以 Delphi 7 設計，並在配備時脈為 1700 MHz 的 Pentium 4 的個人電腦上執行。所考慮之概念層級架構係由四個層級所構成；且在 Level 1、Level 2 與 Level 3 中分別有 4、16 與 64 個節點。在每一筆交易記錄中，所購買之項目及其購買數量係隨機產生，但購買數量不超過 10 單位，且購買項目不會重覆產生。所使用之模糊集合如圖 5 所示。

在將 $\min FC$ 設定為 0 的狀況下，所得到之實驗結果匯整如表 7 所示。在表 7 中亦包含實作 Hong et al. (2003a, 2003b) 的方法所得到的數據。可以發現當 $\min FS$ 愈小時，則所產生的關聯規則愈多。在執行時間上，所提出方法明顯比 Hong et al. 的方法為佳，尤其當 $\min FS$ 愈小時就愈明顯。這也顯示本研究所提出方法在使用布林運算於表格 FGTTFS 來產生候選或高頻模糊格，以及關聯規則下，可有效提升整體的執行效率。而且，較小的 $\min FS$ 似乎不會嚴重影響到所提出方法的執行時間。

另一方面，在關聯規則的產出數量上，Hong et al. 的方法明顯比所提出方法要來的少。這是因為 Hong et al. 的方法在每一個量化屬性上僅選取具最大模糊支持度的一維模糊格，使得被產生的高頻模糊格數量將可能遠小於使用本研究所提出方法所產生的數量。然而，為避免忽略了一些對決策者而言可能是潛在有用的模糊集合，因此本研究考量所有的高頻的一維模糊格。

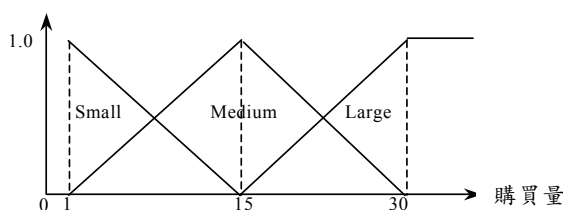


圖 5：實驗中所使用之模糊集合

表 7：實驗結果

min FS	10000 筆記錄				20000 筆記錄			
	Hong et al. 的方法		所提出方法		Hong et al. 的方法		所提出方法	
	執行時間	規則數	執行時間	規則數	執行時間	規則數	執行時間	規則數
0.02	769	568	8	1546	1361	542	22	1510
0.03	737	370	6	878	1308	362	12	886
0.04	685	108	6	454	1247	114	11	442
0.05	642	108	5	248	1201	108	10	248
0.06	17	108	4	240	31	108	10	244
0.07	8	12	4	56	15	12	6	56
0.08	8	12	3	56	15	12	4	56
0.09	8	12	3	56	15	12	4	56
0.10	8	12	3	56	15	12	4	56

陸、結論

本研究的目的是在於使用模糊分割，以自多層級架構中找出模糊關聯規則。所提出方法的特色在於提出表格結構以存放高頻模糊格，而且，高頻模糊格與多層級模糊關聯規則均為使用布林運算產生。在實驗中可看到與 Hong et al. 的方法相較下，所提出之方法有較佳之執行效率。此外，多層級模糊關聯規則的優點在於可以自然語言加以解釋，是一種易於理解的語意值表達方式。

多層級模糊關聯規則可以應用於行銷策略與商場架位之規畫。例如，對於“ $A_{32}^1 \heartsuit A_{11}^3$ ”而言，管理者可以考慮將 *cookies* 與 *Dairyland chocolate milk* 靠近擺設，以增進兩者之購買量。或許也可以考慮採取 *Dairyland chocolate milk* 特價促銷的方式，如此亦有可能促進兩者之銷售。在下一段時間再進行資料探勘時，“ $A_{32}^1 \heartsuit A_{13}^3$ ”或許將會出現 (i.e., 若 *cookies* 的購買為中等量，則 *Dairyland chocolate milk* 的購買為大量) 在所產生的結果中，而這代表 *Dairyland chocolate milk* 特價促銷的方式已有成效。

在語意值的定義上，使用者也可以依據本身的偏好、過去的使用經驗，與相關的認知來主觀設定語意值的個數及其形狀，例如高斯分佈或梯形隸屬函數，如此將更符合使用者在主觀上的認知。實際上，Pedrycz (1994) 已指出三角形隸屬函數在模糊系統的建構上有其有用性與有效性，這也是本研究使用三角形隸屬函數的一個重要原因。

此外，而所提出方法在使用空間的管理與執行效率上，其實仍有改進空間。在演

算法的實作上，每個量化屬性上的語意值個數 θ 與交易記錄的個數都會直接影響 FGTTFS 使用空間的大小。亦即當 θ 愈大時，則 FG 就會愈大；而當交易記錄的個數愈大時，則 TT 也會愈大。因此如何節省 FG 與 TT 的使用空間是一個需要考量的課題。可以發現 FG 中的元素值大部份為 0，而且實際上由於在任一筆交易記錄中所購買的項目種類可能只是所有項目種類的一小部份，因此 TT 中的元素值亦大部份為 0。故以稀疏矩陣 (sparse matrix) 做為 FG 與 TT 的資料結構，以節省記憶體之使用，是一個可行的方案。未來亦將就其他使用空間的管理方式進行探討。而在執行效率的改進上，或許可以考量分散式處理；例如 Agrawal and Shafer (1996) 以及 Han et al. (2000) 等所提出的平行演算法設計將可做為未來改進執行效率的重要參考。

致謝

感謝諸位評審委員對於本文所提供的協助與寶貴建議。本研究由國科會專題研究計畫 (計畫編號：NSC 93-2416-H-033-003) 經費補助，謹此致謝。

參考文獻

1. Agrawal, R., Gehrke, J., Gunopulos, D. and Raghavan, P. "Automatic Subspace Clustering of High Dimensional Data for Data Mining Applications," in *Proceedings of the ACM SIGMOD International Conference on Management of Data*, 1998, pp: 94-105.
2. Agrawal, R., Mannila, H., Srikant, R., Toivonen, H. and Verkamo, A. I. "Fast Discovery of Association Rules," in U. M. Fayyad, G. Piatetsky-Shapiro, P., Smyth, and R. Uthurusamy, (Eds.), *Advances in Knowledge Discovery and Data Mining*, AAAI Press, Menlo Park 1996, pp: 307-328.
3. Agrawal, R. and Shafer, J. C. "Parallel Mining of Association Rules," *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering* (8:6) 1996, pp: 962-969.
4. Berry, M. and Linoff, G. *Data Mining Techniques: for Marketing, Sales, and Customer Support*, John Wiley & Sons, NY, 1997.
5. Bezdek, J. C. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*, Plenum, NY, 1981.
6. Bradley, P. S., Gehrke, J., Ramakrishnan, R. and Srikant, R. "Scaling Mining Algorithms to Large Databases," *Communications of the ACM* (45:8) 2002, pp: 38-43.
7. Fukuda, T. Morimoto, Y., Morishita, S. and Tokuyama, T. "Mining Optimized Association Rules for Numeric Attributes," in *Proceedings of Fifteenth ACM SIGACT-SIGMOD-SIGART Symposium on Principles of Database Systems*, 1996, pp: 182-191.

8. Han, J. W. and Fu, Y. J. "Discovery of Multiple-Level Association Rules From Large Databases," in *Proceedings of International Conference on Very Large Data Bases (VLDB'95)*, Zurich, Switzerland, 1995, pp: 420-431.
9. Han, J. W. and Kamber, M. *Data Mining: Concepts and Techniques*, Morgan Kaufmann, San Francisco, 2001.
10. Han, E. H., Karypis, G. and Kumar, V. "Scalable Parallel Data Mining for Association Rules," *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering* (12:3) 2000, pp: 337-352.
11. Hong, T. P., Lin, K. Y. and Chien, B. C., "Mining Fuzzy Multiple-Level Association Rules from Quantitative Data," *Applied Intelligence* (18) 2003a, pp: 79-90.
12. Hong, T. P., Lin, K. Y. and Wang, S. L., "Fuzzy Data Mining for Interesting Generalized Association Rules," *Fuzzy Sets and Systems* (138) 2003b, pp: 255-269.
13. Hu, Y. C., Chen, R. S. and Tzeng, G. H., "Finding Fuzzy Classification Rules Using Data Mining Techniques," *Pattern Recognition Letters* (24) 2003a, pp: 509-519.
14. Hu, Y. C., Chen, R. S. and Tzeng, G. H., "Discovering Fuzzy Association Rules Using Fuzzy Partition Methods," *Knowledge-Based Systems* (16:3) 2003b, pp: 137-147.
15. Ishibuchi, H., Nakashima, T., and Murata, T., "Performance Evaluation of Fuzzy Classifier Systems for Multidimensional Pattern Classification Problems," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* (29:5) 1999, pp: 601-618.
16. Ishibuchi, H., Nakashima, T., and Yamamoto, T., "Fuzzy Association Rules for Handling Continuous Attributes," In *Proceedings of IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, Pusan, Korea, 2001, pp.118-121.
17. Ishibuchi, H., Nozaki, K. and Tanaka, H., "Distributed Representation of Fuzzy Rules and Its Application to Pattern Classification," *Fuzzy Sets and Systems* (52:1) 1992, pp: 21-32.
18. Ishibuchi, H., Nozaki, K., Yamamoto, N. and Tanaka, H., "Selecting Fuzzy If-Then Rules for Classification Problems Using Genetic Algorithms," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* (3:3) 1995, pp: 260-270.
19. Jang, J. S. R., Sun, C. T. and Mizutani, E., *Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence*, Prentice-Hall, NJ, 1997.
20. Kosko, B., *Neural Networks and Fuzzy Systems: A Dynamical Systems Approach to Machine Intelligence*, Prentice-Hall, NJ, 1992.
21. Liu, B., Hsu, W., and Ma, Y., "Integrating Classification and Association Rule Mining," In *Proceedings of ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining*, New York, USA, 1998, pp. 80-86.
22. Liu, B., Hsu, W., and Ma, Y. "Mining Association Rules with Multiple Minimum Supports," In *Proceedings of ACM SIGKDD International Conference on Knowledge*

- Discovery and Data Mining*, San Diego, CA, USA, 1999, pp: 337-341.
23. Liu, B. Ma, Y., Wong, C. K., and Yu, P. S. "Scoring The Data Using Association Rules," *Applied Intelligence* (18:2) 2003, pp: 119-135.
 24. Pedrycz, W. "Why Triangular Membership Functions?," *Fuzzy Sets and Systems* (64) 1994, pp: 21-30.
 25. Pedrycz, W. and Gomide, F. *An Introduction to Fuzzy Sets: Analysis and Design*, MIT Press, Cambridge, MA, 1998.
 26. Rastogi, R. and Shim, K. "Mining Optimized Support Rules for Numeric Attributes," in *Proceedings of the 15th IEEE International Conference on Data Engineering*, Sydney, Australia, 1999, pp: 206-215.
 27. Srikant, R. and Agrawal, R. "Mining Quantitative Association Rules in Large Relational Tables," In *Proceedings of the ACM SIGMOD International Conference on Management of Data*, 1996, pp: 1-12.
 28. Sun, C. T. "Rule-Base Structure Identification in an Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference system," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* (2:1) 1994, pp: 64-73.
 29. Wang, L. X. and Mendel, J. M. "Generating Fuzzy Rules by Learning from Examples," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, Vol. 22, No. 6, 1992, pp. 1414 –1427.
 30. Wur, S. Y. and Leu, Y. H. "An Effective Boolean Algorithm for Mining Association Rules in Large Databases," in *Proceedings of 6th International Conference on Database Systems for Advanced Applications (DASFAA)*, Hsinchu, Taiwan, 1999, pp: 19-21.
 31. Yuan Y. and Shaw, M. J. "Induction of Fuzzy Decision Trees," *Fuzzy Sets and Systems* (69) 1995, pp: 125-139.
 32. Zadeh, L. A. "Fuzzy Sets," *Information Control* (8:3) 1965, pp: 338-353.
 33. Zadeh, L. A. "The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning," *Information Science* (part 1) (8:3) 1975a, pp: 199-249.
 34. Zadeh, L. A. "The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning," *Information Science* (part 2) (8:4) 1975b, pp: 301-357.
 35. Zadeh, L. A. "The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning," *Information Science* (part 3) (9:1) 1976, pp: 43-80.